

Hilbert, David; Bernays, P.

Grundlagen der Mathematik. I. (German) Zbl 0191.28402

Die *Grundlehren der mathematischen Wissenschaften* in Einzeldarstellungen. Bd. 40. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. xv, 473 S. (1968).

Gegenüber der 1. Auflage [Band 1: (1934; [Zbl 0009.14501](#)); Band 2: (1939; [Zbl 0020.19301](#))] dieses grundlegenden Werkes wurden in der 2. Aufl. des 1. Bandes – abgesehen von Druckfehlerkorrektur – nur geringfügige Änderungen vorgenommen. Obwohl diese Verfahrensweise für mathematische Monographien i. a. nicht empfehlenswert ist, scheint sie in diesem Falle sowohl sachlich begründet als auch in mathematikgeschichtlicher Betrachtung gerechtfertigt, die dieses Werk neben den *Principia Mathematica* zu den bedeutendsten Werken metamathematischer Literatur in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts zählen dürfte.

Wie in dem abermals von P. Bernays abgefaßten Vorwort zur 2. Aufl. betont wird, hätte die Einarbeitung der inzwischen auf dem Gebiet der Beweistheorie erzielten Ergebnisse eine völlige Umarbeitung des Buches erforderlich gemacht. Dies war aber insofern nicht unbedingt erforderlich, als über den Fortschritt der Beweistheorie inzwischen bereits zusammenfassende Darstellungen erschienen sind.

Eine ziemlich ausführliche Beschreibung des Inhalts ist schon in der Besprechung der 1. Aufl. durch A. Heyting vorgenommen worden, so daß hier einige Hinweise genügen. Die ersten beiden des insgesamt 8 Paragraphen umfassenden 1. Teils beinhalten eine unübertreffliche Schilderung des Charakters der durch Hilbert begründeten Axiomatik und der Aufgabenstellung der finiten Beweistheorie. Was die seinerzeit durch A. Heyting kritisierten und in der 2. Aufl. unverändert übernommenen Bemerkungen über den Intuitionismus Brouwers betrifft, so sind diese tatsächlich etwas knapp und erwecken den Anschein, als habe die Beweistheorie den Brouwerschen Ansatz als Teil in sich aufgenommen. Andererseits aber ist offensichtlich, daß durch die Bemerkungen (von Mitte der Seite 43 der 2. Aufl. an) die Beweistheorie deutlich genug vom Standpunkt des klassischen Intuitionismus abgegrenzt wird. Die Bemerkungen Heytings zu diesen Ausführungen, daß es sich doch nur um eine Art inhaltlicher Rechtfertigung infinitistischer Methoden handle, scheint etwas zweideutig und läßt sich jedenfalls nicht durch die vorsichtigen Bemerkungen begründen, die in diesen Absätzen betreffs der Verschaffung einer klaren Einsicht in die Anwendbarkeit nichtfiniter Methoden gemacht werden.

Die Paragraphen 3 und 4 beinhalten eine Darstellung des formalisierten Aussagen- und Prädikatenkalküls, wobei die allgemeine (nichtfinitistische) Semantik lediglich als eine Art methodisches Hilfsmittel anzusehen ist. In den Paragraphen 6 und 7 werden die Anfänge der Metamathematik der (rekursiven) Zahlentheorie dargestellt. Der letzte Paragraph schließlich behandelt die Eliminierbarkeit des bestimmten Artikels, wohlverstanden auf finitem Wege.

Was die Änderungen und Ergänzungen betrifft, so umfassen diese eine genauere Darstellung der disjunktiven Normalform, die Beantwortung einer in der 1. Aufl. offengebliebenen Frage der Abhängigkeit im zahlentheoretischen Formalismus (B) (nach G. Hasenjaeger), die Ausschaltung der Summe bei der Behandlung der $<$ -Beziehung mittels der rekursiven δ -Funktion (nach G. Kreisel), die Darstellung eines Beweises von Skolem für die Entbehrlichkeit der erweiterten Induktionsschemata, eine erhebliche Vereinfachung des Beweises der Eliminierbarkeit der ι -Symbole (nach G. Hasenjaeger, B. Rosser), sowie einige Änderungen der Ausführungen über die Vertretbarkeit der rekursiven Funktionen im System (Z).

Das ausführliche Inhaltsverzeichnis wurde unverändert übernommen, ein Namensverzeichnis hinzugefügt und das Sachverzeichnis erweitert. Durch Hinzufügen ruckverweisender Fußnoten wurde die Lektüre einzelner Abschnitte unabhängig vom Voranstehenden erleichtert.

Reviewer: W. Rautenberg

For a scan of this review see the [web version](#).

MSC:

- [01A75](#) Collected or selected works; reprintings or translations of classics
[03-02](#) Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to mathematical logic and foundations

Cited in **3** Reviews
Cited in **32** Documents

Keywords:

[general logic](#)

Full Text: [Link](#)