Doob, J. L.

Regularity properties of certain families of chance variables. (English) JFM 66.0609.04

Trans. Amer. math. Soc. 47, 455-486 (1940).

$\{x_t\}$ sei eine Gesamtheit stochastischer Veränderlicher. Wenn für den durch Kenntnis der Werte x_{t_1}, ..., x_{t_n} bedingten Erwartungswert von $x_{t_{n+1}}$

$$\mathfrak{E}[x_{t_1}, \dots, x_{t_n};\ x_{t_{n+1}}] = x_{t_n} \quad (t_1 < \cdots < t_{n+1})$$

mit der Wahrscheinlichkeit 1 gilt, so wird gesagt, die $\{x_t\}$ haben die Eigenschaft E. tlber solche Gesamtheiten mit der Eigenschaft E werden einige einleitende Bemerkungen gemacht. Sodann werden unter der Einschränkung, daß t nur ganzzahlige Werte durchläuft, Konvergenzeigenschaften solcher Folgen stochastischer Veränderlicher untersucht. Als Beispiel dieser Sätze sei *Theorem* 1, 3 angegeben: x_1, x_2, ...sei eine Folge stochastischer Veränderlicher mit der Eigenschaft E. Dann ist $\mathfrak{E}|x_1| \leqq \mathfrak{E}|x_2| \leqq \cdots$. Gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \mathfrak{E}|x_n| = l < \infty$, so existiert $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$ mit der Wahrscheinlichkeit 1, und es folgt $\mathfrak{E}|x| \leqq l$. Sind die x_i gleichmäßig integrabel, so existiert $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$ mit der Wahrscheinlichkeit 1, und die Folge der stochastischen Veränderlichen x_1, x_2, ..., x hat die Eigenschaft E.

Derartige Untersuchungen werden ausgedehnt auf den Fall, daß t alle reellen Zahlen durchläuft, nachdem zuvor – in größerer Allgemeinheit – Begriffe wie Stetigkeit, Beschränktheit usw. eingeführt und studiert wurden.

Reviewer: Iglisch, R., Prof. (Braunschweig)

Full Text: DOI

References:

[1] J. L. Doob, Stochastic processes depending on a continuous parameter, Trans. Amer. Math. Soc. 42 (1937), no. 1, 107 – 140. · Zbl 0017.02701 ·

[2] -, The law of large numbers for continuous stochastic processes, to appear in the Duke Mathematical Journal.

[3] J. L. Doob and Warren Ambrose, to appear in the Annals of Mathematics.

[4] A. Khintchine, Asymptotische Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ergebnisse der Mathematik, vol. 2, no. 4. · Zbl 59.1153.01

[5] A. Kolmogoroff, Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ergebnisse der Mathematik, vol. 2, no. 3. · Zbl 0007.21601

[6] P. Lévy, Sur les intégrales dont les éléments sont des variables aléatoires indépendantes, Annali delle Università Toscane, Pisa, (2), vol. 3 (1934), pp. 337-366. · Zbl 60.1157.01

[7] Paul Lévy, Observation sur un précédent mémoire de l'auteur, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (2) 4 (1935), no. 2, 217 – 218 (French). · Zbl 0011.12505

[8] -, Théorie de l'Addition des Variables Aléatoires, Paris, 1937. · Zbl 0016.17003

[9] Jean Ville, Étude Critique de la Notion de Collectif, Paris, 1939. · Zbl 0021.14505

[10] Norbert Wiener, The ergodic theorem, Duke Math. J. 5 (1939), no. 1, 1 – 18. · Zbl 0021.23501 · doi:10.1215/S0012-7094-39-00501-6 · doi.org