Erdös, P.; **Wintner, A.**
Additive arithmetical functions and statistical independence. (English) JFM 65.0165.01
Amer. J. Math. 61, 713-721 (1939).

Verf. geben notwendige und hinreichende Bedingungen, damit eine additive arithmetische Funktion $f(n)$ $(n = 1, 2, \dots)$ eine asymptotische Verteilungsfunktion besitzt. Die monotone Funktion $\sigma(x)$ mit den Eigenschaften $\sigma(-\infty) = 0$, $\sigma(+\infty) = 1$ heißt asymptotische Verteilungsfunktion von $f(n)$, falls in jedem Stetigkeitspunkt von $\sigma(x)$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{A(n)}{n} = \sigma(x)$$

ist, wo $A(n)$ die Anzahl der natürlichen Zahlen $m \leqq n$ mit der Eigenschaft $f(m) < x$ ist. Eine solche notwendige und hinreichende Bedingung ist, daß die Reihen

$$\sum \frac{f^+(p)}{p} \quad \text{und} \quad \sum \frac{f^+(p)^2}{p}$$

(wo p die Primzahlen durchläuft und $f^+(n) = f(n)$ oder 1, je nachdem $|f(n)| < 1$ oder $|f(n)| \geqq 1$) konvergieren. Es werden noch andere notwendige und hinreichende Bedingungen angegeben, und das Problem wird in Zusammenhang gesetzt mit der Theorie der unendlichen Faltungen (convolutions) (vgl. *B. Jessen, A. Wintner*, Trans. Amer. math. Soc. 38 (1935), 48-88; F. d. M. 61_{I}, 462). Es besitzt nämlich $f(n)$ dann und nur dann eine asymptotische Verteilungsfunktion, falls die formal zu $f(n)$ gehörige unendliche "convolution" konvergiert.

Reviewer: Kloosterman, H. D., Prof. (Leiden)

Full Text: DOI