Hall, T.

Sur l'approximation polynomiale des fonctions continues d'une variable réelle. (French)

JFM 65.0249.03
9me Congr. Math. Scand. 1938, 367-369 (1938).

Anschließend an *S. Bernstein* (Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions analytiques d'une variable réelle (1926; F. d. M. 52, 256 (JFM 52.0256.*)), insbes. S. 62 u. 74) betrachtet Verf. die Approximation stetiger Funktionen durch Polynome auf der ganzen reellen Achse. Sei $K(x) > 0$ eine für $-\infty < x < \infty$ gegebene Funktion, die den Bedingungen

$$\underset{-\infty<x<\infty}{\text{obere Grenze}} \frac{|\,x\,|^n}{K(x)} < \infty \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

genügt. (K, f) bezeichnet die Menge derjenigen stetigen Funktionen f, für die

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{K(x)} = 0$$

gilt. $K(x)$ heiße zur ersten Klasse gehörig, wenn es zu jedem ε und jeder Funktion f aus (K, f) ein Polynom $P(x)$ so gibt, daß für alle x

$$\frac{|\,f(x) - P(x)\,|}{K(x)} < \varepsilon$$

wird. Ist dies nicht für jedes f der Fall, so heiße K zur zweiten Klasse gehörig. Verf. teilt folgenden Satz mit: $\log K^*(x)$ sei die größte gerade Minorante von $\log K(x)$, welche für $x > 0$ eine konvexe Funktion von $\log x$ ist. Dann gehört $K(x)$ zur ersten oder zweiten Klasse, je nachdem

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\log K^*(x)}{1 + x^2}\,dx$$

konvergiert oder divergiert.

Der Beweis soll in einer späteren Arbeit ausgeführt werden. Ein Satz von Bernstein (l. c.) ist als Sonderfall in vorstehendem Satz enthalten.

Reviewer: Hammerstein, A., Prof. (Kiel)