Frostman, O.

Les points irréguliers dans la théorie du potentiel et le critère de Wiener. (French)

JFM 65.0415.05
Fysiograf. Sällsk. Lund. Förhdl. 9, Nr. 2, 10 p. Meddel. Lunds Univ. mat. Sem. 4, 10 p (1939).

$u(P,Q)$ bezeichne den Wert des Potentials der Ordnung α im Punkte Q, das durch Ausfegung der in P angebrachten Einheitsmasse auf die Punktmenge F entsteht. Gilt dann für irgendeinen Punkt Q von F die Gleichung

$$u(P,Q) = r_{PQ}^{\alpha-m}$$

bei beliebiger Lage des Poles P, so heiße Q "regulär" in bezug auf F, andernfalls "irregulär". Verf. verallgemeinert dies Kriterium für Potentiale der Ordnung α, das sich dann in der folgenden Weise aussprechen läßt:

$F(P,r)$ sei der Durchschnitt von F mit der Kugel $s(P,r)$ vom Radius r um P, und $c(r)$ die Kapazität der Ordnung α von $F(P,r)$. Dann ist P regulär oder irregulär, je nachdem das Integral

$$\int_0^1 c(r)\, r^{\alpha-m-1}\, dr$$

divergiert oder konvergiert. Verf. gibt dann einen sehr kurzen Beweis dafür. Nur muß in Gleichung (3) an Stelle von $v^{(r)}(Q)$ (Gleichgewichtspotential von $F(P,r)$) das Potential der Spiegelung von $F(P,r)$ am Einheitskreis um Q genommen werden. Es ist leicht zu sehen, daß dann immer noch die wesentliche Abschätzung

$$v^{(r)}(Q) < c(r) \cdot (\tfrac{1}{2} r_{PQ})^{\alpha-m}, \quad (r_{PQ} > 2r)$$

in Geltung bleibt. Weiterhin wird dann für den klassischen Fall $\alpha = 2$ eine Grenzbeziehung für Greensche Verteilungen $\mu_P(e)$ aufgestellt, für den Fall, daß P in einen irregulären Punkt Q des reduzierten Randes übergeht. Existiert ein Grenzwert, so ist er eine Linearkombination mit positiven Koeffizienten der Summe 1 aus einer Punktmasse in Q und der in Q stetigen Verteilung $\mu_Q(e)$ (*Frostman*, Acta Litt. Sci. Univ., Szeged, Sect. Sci. math. 9 (1938), 43-51; F. d. M. 64_{I}, 479). Jede Kombination kann auftreten. Daraus ergeben sich Aufschlüsse über das Verhalten der Lösung des Dirichletschen Problems bei Annäherung an einen irregulären Randpunkt.

Reviewer: Tautz, G., Prof. (Breslau)