Lusternik, L.

Quelques remarques supplémentaires sur les équations non linéaires du type de Sturm-Liouville. (French) JFM 64.0439.01

Rec. math., Moscou, (2) 4, 227-232 (1938).

Verf. führt die vorstehend beschriebenen Untersuchungen fort. In Verallgemeinerung der Maximum-Minimum Methode beweist er: $z_1(x), z_2(x), \dots, z_n(x)$ seien n linear unabhängige Funktionen mit $z_\nu(a) = z_\nu(b) = 0$. Man bilde

$$z(x) = \sum_{\nu=1}^{n} c_\nu z_\nu(x)$$

und bestimme die $c_1, c_2, \dots, c_n$ derart, daß $\int\limits_a^b (z(x))^{2\varkappa}\, dx = 1$ wird und

$$\int\limits_a^b F\left(x, z(x), z'(x)\right)\, dx$$

maximal ausfällt. Dieses Maximum werde mit $\lambda(z_1, z_2, \dots, z_n)$ bezeichnet. Läßt man nun $z_1, z_2, \dots, z_n$ variieren, so liefert die untere Grenze von $\lambda(z_1, \dots, z_n)$ gerade den n-ten Eigenwert λ_n.

Seien ferner $\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_{n-1}$ gegebene Funktionen. Unter $\lambda(\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_{n-1})$ werde die untere Grenze von $\int\limits_a^b F(x, y, y')\, dy$ bei den Nebenbedingungen

$$y(a) = y(b) = 0, \quad \int\limits_a^b y^{2\varkappa}\, dx = 1, \quad \int\limits_a^b \varrho_\nu y\, dx = 1, \quad (\nu = 1, 2, \dots, n-1)$$

verstanden. Dann ist die obere Grenze von $\lambda(\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_{n-1})$ gleich λ_n. (IV 15.)

Reviewer: Hammerstein, A., Prof. (Kiel)