

Montel, P.

Sur les fonctions localement univalentes ou multivalentes. (French) JFM 63.0290.04
Ann. sci. Ecole norm. sup. (3) 54, 39-54 (1937).

Ist $f(z)$ eine in dem Gebiet \mathfrak{G} reguläre Funktion, so nennt sie Verf. “in \mathfrak{G} im kleinen schlicht” (localement univalente) und ϱ ihren “lokalen Schlichtheitsmodul” (module d’univalence locale), wenn sie in jedem einem Kreis vom Radius ϱ angehörigen Teil von \mathfrak{G} schlicht ist. Sie heißt “im Innern von \mathfrak{G} im kleinen schlicht”, wenn sie in jedem inneren Teilgebiet von \mathfrak{G} im kleinen schlicht ist. Endlich heißt eine Klasse in einem Gebiet oder im Innern eines Gebiets im kleinen schlichter Funktionen daselbst “gleichgradig im kleinen schlicht” (également localement univalente), wenn alle Funktionen der Klasse denselben lokalen Schlichtheitsmodul zulassen.

Es werden zunächst Kriterien für die Schlichtheit und gleichgradige Schlichtheit im kleinen angegeben; insbesondere gilt: Eine Funktion ist im Innern eines Gebiets genau dann im kleinen schlicht, wenn ihre erste Ableitung in dem Gebiet nicht verschwindet. Weiter zeigt sich, daß eine Reihe von Sätzen über schlichte Funktionen auf im kleinen schlichte Funktionen übertragen werden kann. Um einige Beispiele zu nennen, so erweist sich die Grenzfunktion einer gleichmäßig konvergenten Folge gleichgradig im kleinen schlichter Funktionen mit dem Schlichtheitsmodul ϱ (falls sie nicht konstant ist) ebenfalls als im kleinen schlicht mit dem Modul ϱ . Für jede Familie in einem Gebiet \mathfrak{G} gleichgradig im kleinen schlichter Funktionen $f(z)$ gilt ein Verzerrungssatz und ein Drehungssatz; der erstere z. B. lautet: Ist \mathfrak{G}_1 ein inneres Teilgebiet von \mathfrak{G} , so gilt für irgend zwei Punkte z_1, z_2 aus \mathfrak{G}_1

$$\frac{1}{k} \leq \left| \frac{f'(z_1)}{f'(z_2)} \right| \leq k,$$

wo k eine nur von \mathfrak{G}_1 abhängige Konstante bedeutet; der Satz charakterisiert die in Rede stehenden Funktionenfamilien.

In analoger Weise werden für ganzes $p > 1$ “im kleinen p -wertige Funktionen” (localement multivalente d’ordre p) eingeführt und untersucht.

Reviewer: Lösch, F., Prof. (Rostock)

Cited in **2** Documents

Full Text: [DOI](#) [Numdam](#) [EuDML](#)