Courant, R.; **Hilbert, D.**

Methoden der mathematischen Physik. 2. Bd. (German) JFM 63.0449.05

57 Abb. XVI + 549 S. Berlin, Julius Springer (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen Bd. 48) (1937).

Zur Kennzeichnung der Stellung des Werkes in der Literatur mögen folgende Sätze aus dem Vorwort dienen: "Der vorliegende Band behandelt Teilgebiete aus der Theorie der partiellen Differentialgleichungen, welche mit Begriffen der Physik zusammenhängen. Auch mit dieser Einschränkung ist keineswegs Vollständigkeit angestrebt. Vielmehr werden vorzugsweise Gegenstände diskutiert, bei welchen ich glaube, in der Sache oder in der Form der Darstellung etwas beitragen zu können. Das Ziel ist, wichtige Zweige der Analysis zugänglicher und durchsichtiger zu machen und weiteren Untersuchungen den Weg zu ebnen." "Manche wichtige Gruppe von Untersuchungen, welche mit unserem Gegenstande zusammenhängen, ist nicht berücksichtigt worden. Abgesehen von klassischen Theorien nenne ich vor allem die neueren Arbeiten von *Giraud, Schauder* und *Leray* sowie *E. Hopf*. Auch vieles von dem Material, welches ursprünglich für diesen Band vorgesehen und vorbereitet wurde, insbesondere zu den direkten Methoden der Analysis, hat mit Rücksicht auf die gebotene Umfangsbeschränkung zurückgestellt werden müssen." "Zur Form ist etwas Grundsätzliches zu sagen: Das klassische Ideal einer gewissermaßen atomistischen Auffassung der Mathematik verlangt, den Stoff in Form von Voraussetzungen, Sätzen und Beweisen zu kondensieren. Dabei ist der innere Zusammenhang und die Motivierung der Theorie nicht unmittelbar Gegenstand der Darstellung. In komplementärer Weise kann man ein mathematisches Gebiet als stetiges Gewebe von Zusammenhängen betrachten, bei dessen Beschreibung die Methode und die Motivierung in den Vordergrund treten und die Kristallisierung der Einsichten in isolierte scharf umrissene Sätze erst eine sekundäre Rolle spielt. Wo eine Synthese beider Auffassungen untunlich schien, habe ich den zweiten Gesichtspunkt bevorzugt." "Es mußte davon abgesehen werden, einen systematischen Nachweis der Literatur zu geben." – Aus dem sehr ausführlichen Inhaltsverzeichnis sei in Rücksicht auf den hier zur Verfügung stehenden Raum nur folgendes angeführt:

Kap. I: Vorbereitung, Grundbegriffe. Hier u. a.: Problem der Äquivalenz von Systemen und einzelnen Differentialgleichungen. Integrationsmethoden bei speziellen Differentialgleichungen (Separation der Variablen, Erzeugung weiterer Lösungen durch Superposition). Lineare und quasilineare Differentialgleichungen. Legendresche Transformation. Anfangswertproblem (Existenz analytischer Lösungen). – *Kap. II*: Allgemeine Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung (Äquivalenz mit einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen). Hier u. a.: *Hamilton*sche Theorie und Variationsrechnung; kanonische Transformation und Anwendungen. -*Kap. III*: Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung im allgemeinen. Hier u. a.: Normalformen bei linearen und quasilinearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit zwei unabhängigen Veränderlichen; Klasseneinteilung der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung bei mehr unabhängigen Veränderlichen; Typeneinteilung; bei Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systemen von Differentialgleichungen Anfangswert- und Ausstrahlungsprobleme; die typischen Differentialgleichungsprobleme der mathematischen Physik (Randwertprobleme gehören naturgemäß zu elliptischen Differentialgleichungen, hingegen Anfangswert- und gemischte, sowie Ausstrahlungsprobleme zu hyperbolischen und parabolischen. "Sachgemäße" Probleme sind solche, bei welchen die eindeutig existierende Lösung stetig von den Daten abhängt); Anhang über Ausgleichsprobleme und Heavisidekalkül. -*Kap. IV*: Elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung, vor allem Potentialtheorie. Hier u. a. Poisson-Integral; Mittelwertsatz; Randwertaufgabe (Lösung mittels des alternierenden Verfahrens und der Integralgleichungsmethode). – *Kap. V*: Hyperbolische Differentialgleichungen mit zwei unabhängigen Veränderlichen. Hier u. a.: Charakteristiken bei quasilinearen und allgemeineren Differentialgleichungen, auch Systemen; Eindeutigkeit und Abhängigkeitsgebiet. Riemannsche Integrationsmethode; Existenzbeweis nach Picards Iterationsverfahren; allgemeinere Differentialgleichungen; analytischer Charakter der Lösungen im elliptischen Falle. – *Kap. VI*: Hyperbolische Differentialgleichungen mit mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen. Hier u. a. charakteristische Mannigfaltigkeiten als Unstetigkeitsflächen von Lösungen; Wellenfronten und Strahlen; Eindeutigkeitssätze und Abhängigkeitsgebiete bei Anfangswertproblemen; Mittelwertmethode; Ultrahyperbolische Differentialgleichungen und allgemeine Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten; Methode von *Hadamard* zur Lösung des Anfangswertproblems; Bemerkungen über den Wellenbegriff und das Ausstrahlungsproblem; Differentialgleichungen der Kristalloptik. – *Kap. VII*: Lösung der Rand- und Eigenwertprobleme auf Grund der Variationsrechnung. (IV 12, 14.)

Besprechung: Buhl, Enseign. math. 37 (1938), 92-94.

Reviewer: Haupt, O., Prof. (Erlangen)

Full Text: EuDML