Bergmann, S.

Sur les fonctions entières et méromorphes de deux variables complexes. I. (French)

JFM 62.0401.03
Compositio math., Groningen, 3, 136-173 (1936).

Das Ziel der Arbeit ist die Übertragung der bekannten Resultate von *Hadamard, Picard-Borel, Valiron* und *Nevanlinna* aus der Theorie der ganzen und meromorphen Funktionen einer Veränderlichen auf Funktionen mehrerer komplexer Variablen. -Ist zunächst in einem schlichten, beschränkten und einfach zusammenhängenden Bereich $\mathfrak{B}$ eine unendliche Folge von Funktionen $n_s(w,z)$ vorgegeben, die dort regulär sind und alle irgendwo verschwinden, so werden aus der Wachstumsordnung der n_s bei gewissen Annäherungen an den Rand von $\mathfrak{B}$ notwendige und andere hinreichende Bedingungen dafür abgeleitet, daß eine in $\mathfrak{B}$ reguläre Funktion $f(w,z)$ existiert, die dort die n_s und nur diese zu "Nullstellenfunktionen" hat und für die $\int\limits_{\mathfrak{B}} \log|f|^2 \frac{d\omega}{F^k}$ existiert, wo F eine positive Funktion bedeutet, die bei Annäherung an den Rand von $\mathfrak{B}$ gegen ∞ geht. – Sind die n_s speziell im ganzen Raum regulär, so wird eine hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß man bei den konvergenzerzeugenden Faktoren des zugehörigen *Weierstraß*schen Produktes alle Polynome vom gleichen Grad wählen darf.

Im zweiten Teil werden die im ganzen Raum meromorphen Funktionen untersucht. Sei $f = \frac{n}{p}$ die teilerfremde Quotientendarstellung einer solchen Funktion, für die außerdem $f(0,0) \neq 0$, $\neq a$ sein soll, und $f(w,z)$ regulär in $(0,0)$. Wird dann gesetzt:

$$m(r,f) = \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \log^+ |f(re^{i\varphi_1}, Ar^\alpha e^{i\varphi_2})| d\varphi_1 d\varphi_2,$$

$$N(r,f^{-1}) = \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \log|n(re^{i\varphi_1}, Ar^\alpha e^{i\varphi_2})| d\varphi_1 d\varphi_2 - \log|n(0,0)|$$

(A, α Konstanten), so gilt u. a. der Satz:

$$m(r,(f-a)^{-1}) + N(r,(f-a)^{-1}) = m(r,f) + N(r,f) + h(r)$$
$$\text{mit } |h(r)| \leqq log^+ |f(0,0)-a| + \log^+|a| + \log 2,$$

als Analogon zu dem entsprechenden Fundamentalsatz aus der *Nevanlinna*schen Theorie.

Reviewer: Zumbusch, H., Dr. (Berlin)

Full Text: EuDML