zbMATH Open
THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Deuring, Max

Algebren. (German) JFM 61.0118.01

Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 4, Nr. 1. Berlin: Julius Springer. vi, 143 S. (1935).

Bericht über die algebraische und arithmetische Theorie der Algebren, mit besonderer Berücksichtigung der entscheidenden Fortschritte seit dem Erscheinen von *L. E. Dicksons* "Algebren und ihre Zahlentheorie" (1927; JFM 53.0112.01) durch A. A. Albert, E. Artin, H. Brandt, R. Brauer, G. Chevalley, M. Deuring, H. Hasse, E. Noether, A. Speiser u. a.

I. *Grundlagen.* Definition der Algebren, Ideale, direkte Summe, direktes Produkt, Erweiterung des Grundkörpers, Zentrum, allgemeines Element, charakteristisches Polynom, Rangpolynom, Hauptpolynom.

II. *Struktursätze.* Die *Wedderburn*sche Strukturtheorie wird allgemeiner als Strukturtheorie der halbeinfachen Ringe oder sogar der halbprimären Ringe entwickelt (halbeinfach: ohne Radikal nebst Minimalbedingung für Linksideale; halbprimär: Restklassenring nach dem Radikal halbeinfach). Die Struktursätze lauten dann:

1. Ein halbeinfacher Ring ist direkte Summe einfacher Linksideale und enthält eine Eins; und umgekehrt.

2. Ein halbeinfacher Ring ist direkte Summe eindeutig bestimmter einfacher Ringe; und umgekehrt.

3. Ein einfacher Ring ist voller Matrizenring über einem Schiefkörper; und umgekehrt.

Die beiden letzten Sätze haben entsprechende Verallgemeinerungen mit halbprimär, primär, vollständig primär statt halbeinfach, einfach, Schiefkörper; für den ersten Satz trifft das nicht in vollem Maße zu.

III. *Darstellungen der Algebren durch Matrizen.* Kurzer Abriß der *E. Noether*schen Darstellungstheorie auf der Grundlage der Darstellungsmoduln.

IV. *Einfache Algebren.* Verhalten einfacher Algebren bei Grundkörpererweiterung, Struktur direkter Produkte einfacher Algebren. Der Spezialfall der Grundkörpererweiterung bei Körpern gibt eine Begründung der galoischen Theorie. Darstellungen einfacher Algebren in Schiefkörpern, Eindeutigkeit im dritten Struktursatz, Automorphismen, die R. Brauersche Algebrenklassengruppe, Zerfällungs- und Abspaltungskörper, galoissche Theorie für einfache Algebren, Divisionsalgebren über endlichen und über reell-abgeschlossenen Körpern.

V. *Faktorensysteme.* Abbildung der R. Brauerschen Gruppe auf die Klassengruppe der Faktorensysteme, Exponent und Index einer einfachen Algebra, Teilkörper und Zerfällungskörper, zyklische Algebren, Transformationsgrößen.

VI. *Theorie der ganzen Größen.* Vorausgesetzt ist ganz allgemein eine halbeinfache Algebra über einem Körper, der Quotientenkörper eines Ringes mit eindeutiger Primidealpotenzzerlegung ist. Ordnungen und Ideale in Ordnungen, das Brandtsche Gruppoid der Ideale, Restklassenring und Norm eines Ideals, komplementäre Ideale und Differente, Diskriminante, Einheiten, Idealklassen, Typen der Maximalordnungen, Klassenzahl, Bewertungen, $\mathfrak{p}$-adische Erweiterungen, Zerlegung der Primideale.

VII. *Algebren über Zahlkörpern, Zusammenhang mit der Arithmetik der Körper.* Beschreibung der algebraischen Struktur im Großen durch die arithmetische Struktur im Kleinen mittels des Fundamentalsatzes von den überall zerfallenden Algebren, zyklische Darstellung und Erzeugung, Kriterium für Zerfällungskörper, die $\mathfrak{p}$-Invarianten, der Summensatz, Beweis des Reziprozitätsgesetzes und Begründung der Theorie des Normenrestsymbols mittels der Algebren, allgemeiner Hauptgeschlechtssatz. Analytische Theorie der Algebren, die Zetafunktion und ihre Funktionalgleichung, daraus analytischer Beweis des Fundamentalsatzes.

Algebren über Funktionenkörpern.

Reviewer: Hasse, H., Prof. (Göttingen)

Cited in **2** Reviews
Cited in **69** Documents

Edited by FIZ Karlsruhe, the European Mathematical Society and the Heidelberg Academy of Sciences and Humanities
© 2022 FIZ Karlsruhe GmbH