

Kolmogoroff, A.

Zur Theorie der Markoffschen Ketten. (German) JFM 61.0563.03

Math. Ann. 112, 155-160 (1935).

$P_{ij}(t, s)$ sei für ein physikalisches System die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter Voraussetzung des Zustandes E_i im Zeitpunkt t der Zustand E_j im Zeitpunkt s auftreten wird. Verf. fragt: Ist es möglich, bei gegebenen Übergangswahrscheinlichkeiten $P_{ij}(t, s)$ auch "absolute" Wahrscheinlichkeiten der Realisierung verschiedener Zustände für jeden Zeitpunkt t einzuführen? Beginnt der Prozeß der Änderung des Systems im Zeitpunkt t_0 , so können Wahrscheinlichkeiten $Q_k(t_0)$ vorgeschrieben werden und die $Q_k(t)$ sind für $t \geq t_0$ eindeutig festgelegt. Auch wenn kein bestimmter Anfang des Prozesses vorausgesetzt wird, gilt: Bei beliebigen $P_{ik}(t, s)$ ($t \leq s$) lassen sich mindestens in einer Weise mit diesen verträgliche absolute Wahrscheinlichkeiten für $-\infty < t < +\infty$ bestimmen.

Für eindeutige Bestimmtheit der $Q_k(t)$ ist notwendig und hinreichend, daß

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} P_{ik}(t, s) = Q_k^*(s) \quad (k \text{ fest, } s \text{ fest})$$

unabhängig von i ist. Die $Q_k^*(s)$ bilden dann das gesuchte einzige System.

Ist $Q_k(s) > 0$, dann läßt sich die "umgekehrte" Wahrscheinlichkeit

$$\Pi_{ik}(t, s) = \frac{Q_i(t)}{Q_k(s)} P_{ik}(t, s)$$

bestimmen dafür, daß im Zeitpunkt t der Zustand E_i besteht unter der Voraussetzung, daß in einem späteren Zeitpunkt s ($s \geq t$) der Zustand E_k beobachtet worden ist. Unter der Voraussetzung, daß die Funktionen P_{ik} und Π_{ik} nur von der Differenz ihrer Argumente abhängen,

$$P_{ik}(s, t) = P_{ik}(t - s), \quad \Pi_{ik}(s, t) = \Pi_{ik}(t - s),$$

wird für das Bestehen der Gleichung $\Pi_{ik}(r) = P_{ki}(r)$ eine notwendige und hinreichende Bedingung gegeben. Es folgt eine Anwendung auf die Untersuchung der Umkehrbarkeit der statistischen Naturgesetze.

Reviewer: Schulz, Günther, Dr. (Berlin)

Cited in 6 Documents

Full Text: [DOI Link](#) [EuDML](#)

References:

- [1] Berliner Berichte 1931, S. 144.
- [2] R. v. Mises, Wahrscheinlichkeitsrechnung (1931), {S} 16.

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.