zbMATH Open
THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Markoff, A. A. jun.

On finite-dimensional vector spaces. (Über endlich-dimensionale Vektorräume.) (German)

JFM 61.1216.01
Ann. of Math. (2) 36, 464-506 (1935).

Verf. betrachtet im Kleinen bikompakte, zusammenhängende, kommutative Gruppen G und beweist den sogenannten *Plättungssatz*: G besitzt eine bikompakte Faktorgruppe, deren Normalteiler eine endlichdimensionale Vektorgruppe ist. Dieser Satz ist für im Kleinen kompakte G aus der Arbeit von *L. Pontrjagin* [Ann. Math. (2) 35, 361–388 (1934; JFM 60.0362.02)] bekannt und zwar sogar in der schärferen Form einer direkten Zerlegung von G in eine kompakte und eine endlichdimensionale Vektorgruppe; *E. R. van Kampen* [Ann. Math. (2) 36, 448–463 (1935; JFM 61.0472.05)] hat diesen Satz allgemein für im Kleinen bikompakte G bewiesen. Verf. ist jedoch unabhängig von *L. Pontrjagin* und genießt sogar durch seine Note [C. R. Acad. Sci., Paris 197, 610–612 (1933; JFM 59.0144.02)], in der die wesentlichen Schritte getan wurden, für seinen Satz die Priorität.

Sein Beweis ist vom *Pontrjagin*schen verschieden. – Er beruht auf dem bereits bei der zitierten Note besprochenen *Beherrschungssatz*: Die Menge A heißt durch die Menge B beherrscht, wenn eine bikompakte Menge F mit $A \subset B + F$ existiert (die Addition ist gruppentheoretisch zu verstehen). G wird dann durch eine Gruppe von endlich vielen Erzeugenden $a_1, \dots, a_n$ beherrscht. Zum Plättungssatz führt dann folgende Überlegung: Jedes $y \in G$ gestattet eine Beziehung

$$y \in \sum_1^n h_j a_j + F$$

mit geeigneten ganzzahligen $h_j = H_j(y)$ die für jedes y in bestimmter Weise eindeutig festgesetzt seien. Man hat dann für jedes ganze i

$$iy \in H_j(iy) a_j + [a_1, \dots, a_{j-1}, a_{j+1}, \dots, a_n] + F$$

(wo die eckige Klammer die von den in ihr stehenden Elementen erzeugte Gruppe darstellt). Nun zeigt sich, daß die

$$\frac{H_j(iy)}{i}$$

für $i \to \infty$ konvergieren. Die Limites bestimmen eine Abbildung von G auf eine Vektorgruppe, die gesuchte Plättung.

Aus dem Plättungssatz ergibt sich eine Charakterisierung der Vektorengruppen unter den Gruppen G, die sich im wesentlichen auch bereits bei *Pontrjagin* findet.

Reviewer: Freudenthal, H., Dr. (Amsterdam)

MSC:

57Sxx Topological transformation groups
22C05 Compact groups

Full Text: DOI