Hasse, H.

Normenresttheorie galoisscher Zahlkörper mit Anwendungen auf Führer und Diskriminante abelsche Zahlkörper. (German) JFM 60.0123.03

Journal Faculty of Science Tokyo 2, 477-498 (1934).

Vollständiger Beweis der in F. d. M. 59_{I}, 191 besprochenen C. R.-Noten des Verf. Die Ausgangsfrage ist: Wie groß muß v zu gegebenem u gewählt werden, damit im galoisschen Körper K/k stets

$$N(A) \equiv 1 \bmod \mathfrak{p}^u$$

für

$$A \equiv 1 \bmod \mathfrak{O}^v,$$

wenn $\mathfrak{p} = \mathfrak{O}^{n_0}$ Primideal in k und $\mathfrak{O}$ das Produkt seiner verschiedenen Primteiler in K ist? Es genügt die stückweise lineare Funktion $v = v(u)$ mit $v(0) = 0$, deren Steigung jeweils der Relativgrad des Verzweigungskörpers mod $\mathfrak{B}^{v+1}$ über dem Trägheitskörper des Primteilers $\mathfrak{B}$ von $\mathfrak{p}$ in K ist. Zum Beweis wird $A = 1 + \Gamma$ gesetzt, und es bleibt die $\mathfrak{B}$-Teilbarkeit von Teilnorm-Spuren von Γ zu untersuchen, was mittels der *Dedekind*schen Differentendefinition gelingt.

Eine Multiplikation des Normenrestindex mod $\mathfrak{p}^u \to \mathfrak{p}^{u+1}$ findet dann höchstens an den ganzzahligen Knickstellen u_ϱ von $v(u)$ statt, deren Funktionswerte die Verzweigungszahlen v_ϱ sind, und zwar höchstens mit dem Gradquotienten $\frac{n_{\varrho-1}}{n_\varrho}$ der zugehörigen Verzweigungskörper.

Bei abelschem K/k findet an jeder Knickstelle die volle Multiplikation statt, und es ist der Führer $\mathfrak{f}_{\mathfrak{p}}(K/k) = \mathfrak{p}^{u_r+1}$, wo u_r die letzte Knickstelle ist. Entsprechend ist für den $\mathfrak{p}$-Führer eines Unterköpers $\bar{K}$ von K die letzte Knickstelle, die der kleinste $\bar{K}$ enthaltende Verzweigungskörper noch mitmacht, maßgebend. Daraus folgt dann die Führer-Diskriminantenformel.

Reviewer: Scholz, A., Dr. (Kiel)