Schneider, Theodor

Investigations on the transcendence of periodic functions. I. II. (Transzendenzuntersuchungen periodischer Funktionen. I, II.) (German) JFM 60.0163.03

J. f. M. 172, 65-69, 70-74 (1934).

Verf. beweist: Ist ω verschieden von Null und Eins und ϑ nicht rational, so ist von den drei Größen $\omega, \vartheta, \omega^\vartheta$ mindestens eine transzendent. Eine andere Formulierung: Die Logarithmen algebraischer Zahlen in bezug auf eine algebraische basis sind transzendent oder rational. Eine Anwendung auf ein Problem von *Hilbert*: Wenn in einem gleichschenkligen Dreieck das Verhältnis vom Basiswinkel zum Winkel an der Spitzealgebraisch, aber nich rational ist, so ist das Verhältnis zwischen Basis und Schenkel transzendent.

Der indirekte Beweis knüpft an Methoden von *C. L. Siegel* [Abhandlungen Akad. Berlin 1929, Nr. 1, 70 S (1929; JFM 56.0180.05)] an. Es wird mit Hilfe von ϑ und ω eine Zahl α konstruiert, die, wenn ϑ, ω und ω^ϑ algebraisch wären, selbst algebraisch wäre, und für denen Norm die einander widersprechenden Bedingungen

$$N(\alpha) \geqq 1 \quad \text{und} \quad N(\alpha) < 1$$

bestehen würden.

Der Hauptsatz von II lautet:

Besteht zwischen β und τ keine lineare Beziehung mit rationalen Zahlenkoeffizienten, so sind die fünf Größen g_2, g_3, τ, β und $\wp(\omega_1\beta)$ nicht alle algebraisch. Der Beweis ist indirekt und verläuft im Anfang ensprechend wie der Beweis des Satzes in I. In der zweiten Hälfte werden funktionentheoretische Überlegungen benutzt.

Reviewer: Rothe-Ille, Hildegard, Dr. (Breslau)

Full Text: Crelle EuDML