Adams, R.; **Clarkson, J. A.**

Properties of functions $f(x, y)$ of bounded variation. (English) JFM 60.0201.04

Transactions A. M. S. 36, 711-730 (1934).

Die Arbeit schließt an eine frühere derselben Verf. (1933; F. d. M. 59_{I}, 285) an. Bezeichnet werden die Klassen der Funktionen $f(x, y)$ von beschränkter Variation nach den Definitionen von *Vitali*, *Hahn*, *Arzelà*, *Pierpont*, *Fréchet* und *Tonelli* mit V, H, A, P, F, T, die Klasse aller stetigen Funktionen $f(x, y)$ mit C, die Klasse aller einer *Baire*schen Klasse abgehörigen Funktionen $f(x, y)$ mit B, die Klasse aller flächenhaft meßbaren Funktionen $f(x, y)$ mit M, die Klasse aller Funktionen $f(x, y)$ mit meßbaren Totalvariationen $\varphi(\overline{x})$ und $\psi(\overline{y})$ mit $M_{\varphi,\psi}$; hinzu kommt noch eine Erweiterung $\overline{T}$ von T. Das Produkt zweier Klassen bedeutet, wie üblich, den Durchschnitt dieser Klassen.

Gehört f zu P, so werden φ und ψ vom integrablen Funktionen übertroffen; dies ist der wesentlichste Inhalt des zweiten Abschnittes; nimmt man noch Meßbarkeit von φ und ψ unter die Voraussetzungen, so gehört f auch zu T.

Nach dem dritten Abschnitt ist jede der Klassen V, H, A, P, F und $\overline{T}$ additiv abgeschlossen, dagegen nicht T; multiplikativ abgeschlossen sind H, A und P, aber nicht V, H, T und $\overline{T}$. Der vierte Abschnitt bringt nach Wiederholung einiger bekannter Zerlegungssätze den Beweis dafür, daß jede Funktion, die in zwei Richtungen nicht abnimmt, zu P gehört. Der sechste Abschnitt beschäftigt sich mit den Stetigkeits-, Differenzierbarkeits- und Meßbarkeitseigenschaften der einzelnen Klassen: So besitzen die Funktionen von V nur abzählbar viele Unstetigkeitspunkte, wenn man von den nur partiellen Unstetigkeiten nach x oder y allein absieht: jede Funktion von P ist fast überall stetig, und jede Funktion von $\overline{T}M$ besitzt fast überall erste partielle Ableitungen. Der siebente Abschnitt stellt eine Meßbarkeitseigenschaft von H fest, der achte die Gültigkeit einer ersten *Lipschitz*bedingung in AC und einer zweiten in V. Gegenüber einer Drehung des Achsenkreuzes ist nur invariant die Zugehörigkeit zu P und TC, dagegen nicht die zu V, H, A, F, T und $\overline{T}$, wie im neunten Abschnitt bewiesen wird. Nachdem der zehnte Abschnitt die Funktionen $f(x, y) = g(x)h(y)$ klassifiziert hat, schließt die Arbeit mit einem kritischen Vergleich aller Definitionen der beschränkten Variation für Funktionen zweier Veränderlicher.

Reviewer: Bögel, K., Dr. (Halberstadt)

Full Text: DOI