**Doob, J. L.**; **Koopman, B. O.**
**On analytic functions with positive imaginary parts.** (English) JFM 60.0254.03
Bulletin A. M. S. 40, 601-605 (1934).

*Satz.* Ist $\varphi(l)$ analytisch für $\mathfrak{J}(l) > 0, \mathfrak{J}\varphi(l) \geq 0$ und $\limsup_{t\to\infty} |t\mathfrak{J}\varphi(it)| < \infty$ für reelles positives $t$, so gibt es eine eindeutig bestimmte, nichtabnehmende Funktion $\alpha(\lambda)$ in $-\infty < \lambda < \infty$ mit

$$\lim_{\lambda\to-\infty} \alpha(\lambda) = 0, \alpha(\lambda+0) = \alpha(\lambda), \alpha(\lambda) \leq \limsup_{t\to\infty} |t\mathfrak{J}\varphi(it)|,$$

so daß

$$\varphi(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\alpha(\lambda)}{\lambda - l} + c,$$

wo $c$ eine reelle Konstante ist.

*Anwendung*: Sei $T$ eine selbstadjungierte Transformation im *Hilbert*schen Raum $\mathfrak{S}$ $R_1$ die Inverse von $T - lI$, wo $\mathfrak{J}l \neq 0$ und $I$ die identische Transformation ist. Sind $f$ und $g$ zwei Elemente von $\mathfrak{S}$, so gilt für das innere Produkt

$$[R_l f, g] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\beta(\lambda; f, g)}{\lambda - l},$$

wo $\beta$ eine komplexe Funktion ist, deren reeller und imaginärer Teil in $-\infty < \lambda < \infty$ von beschränkter Variation sind. (IV. 7.)

Reviewer: Doetsch, G., Prof. (Freiburg)



**Full Text:** DOI