Besicovitch, A. S.

On sets of fractional dimensions. II: On the sum of real numbers represented in the dyadic system. (English) JFM 60.0949.01

Math. Ann. 110, 321-330 (1934).

$P(x, n)$ bezeichne die Summe der ersten n Ziffern der Zahl $x (0 < x < 1)$, dargestellt im dyadischen System. Nach *Hardy* und Littlewood (1914; F. d. M. 45, 305 (JFM 45.0305.*)) ist für fast alle x des Intervalles $(0, 1)$

$$|P(x, n) - \frac{1}{2}n| < \sqrt{n \log n} \tag{1}$$

oder

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{P(x, n)}{n} - \frac{1}{2} \right| = 0.$$

Verf. beschäftigt sich nun mit der Menge derjenigen Zahlen x, für welche

$$\overline{\lim} \frac{P(x, n)}{n} \leq p < \frac{1}{2} \tag{2}$$

ist unter Benutzung der Theorie der Punktmengen gebrochener Dimensionen. Sein Hauptergebnis ist:

Die reellen Zahlen des Intervalls $0 < x < 1$, für die die Ungleichung (2) besteht, bilden eine ϱ-dimensionale Menge, wo ϱ definiert ist durch die Gleichung

$$2^\varrho = \frac{1}{p^p \cdot q^q} (p + q = 1).$$

Reviewer: Rothe-Ille, Hildegard, Dr. (Breslau)

Full Text: DOI EuDML

References:

[1] Hardy-Littlewood, Some problems on Diophantine approximations,Acta Math. 37 (1914), pp. 155-190. · Zbl 45.0305.03 · doi:10.1007/BF02401833

[2] Hausdorff, Dimension und äußeres Maß,Math. Annalen 79 (1918), pp. 157-179. A. S. Besicovitch, On linear sets of fractional dimensions,Math. Annalen 101 (1929), pp. 161-193. · Zbl 46.0292.01 · doi:10.1007/BF01457179