

Brauer, R.; Hasse, H.; Noether, E.

Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie der Algebren. (German) JFM 58.0142.03
J. f. M. 167, 399-404 (1932).

Verf. beweisen den für die Strukturtheorie der Algebren über algebraischen Zahlkörpern neuen Fundamentalsatz: Über einem algebraischen Zahlkörper muß jede normale Divisionsalgebra zyklisch oder, wie man auch sagt, vom *Dickson*schen Typus sein. Durch diesen Satz ist erwiesen, daß die Theorie der zyklischen Algebren über einem algebraischen Zahlkörper, die *H. Hasse* (1931; JFM 57.0158.*) entwickelt hat, die Bedeutung einer allgemeinen Struktur- und Invariantentheorie der normalen einfachen Algebren, insbesondere der normalen Divisionsalgebren über algebraischen Zahlkörpern, besitzt. Hiermit ist allgemein gezeigt, daß der Exponent einer normalen einfachen Algebra über einem algebraischen Zahlkörper gleich ihrem Index ist. Von den Folgerungen aus dem Hauptsatz führen wir noch an: Für eine Algebra A über einem algebraischen Zahlkörper Ω ist ein algebraischer Zahlkörper K über Ω dann und nur dann Zerfällungskörper, wenn für die sämtlichen Primteiler \mathfrak{P}_i in K der sämtlichen Primstellen \mathfrak{p} von Ω jeweils der \mathfrak{P}_i -Grad $n_{\mathfrak{P}_i}$ von K ein Multiplum des \mathfrak{p} -Index $m_{\mathfrak{p}}$ von A ist. Im Falle, daß K als galoissch über Ω vorausgesetzt wird, lassen sich nach *Hasse* Hauptsätze der Klassenkörpertheorie (Theorie der relativ-abelschen Zahlkörper) auf relativ-galoissche Zahlkörper verallgemeinern. Auch das von *I. Schur* (1906; F. d. M. 37, 160 (JFM 37.0160.*)) behandelte Problem, in welchen Zahlkörpern die absolut-irreduziblen Darstellungen einer endlichen Gruppe möglich sind, erfährt durch den Hauptsatz eine wesentliche Fortführung. "Die absolut-irreduziblen Darstellungen einer endlich en Gruppe \mathfrak{G} sind sämtlich in Kreiskörpern möglich, z. B. jedenfalls stets im Körper der n^h -ten Einheitswurzeln, wenn n die Ordnung von \mathfrak{G} und h hinreichend groß ist." Ob man nicht bereits mit $h = 1$ auskommt, wie sich dies nach *I. Schur* in allen bisher bekannten Fällen ergeben hat, bleibt eine noch offene Frage.

Reviewer: Loewy, A., Prof. (Freiburg im Breisgau)

Cited in **3** Reviews
Cited in **26** Documents

Full Text: [DOI](#) [Crelle](#) [EuDML](#)