Hostinský, B.

Application du calcul des probabilités à la théorie du mouvement brownien. (French)

JFM 58.0553.03
Annales Institut Henri Poincaré 3, 1-74 (1932).

Der erste dieser sechs Vorträge stellt kurz die wichtigsten Resultate über *Markoff*sche Ketten zusammen und endet mit der Aufstellung der *Smoluchowski*schen Gleichung

$$\Phi(x,y,t+t') = \int_a^b \Phi(z,s,t)\Phi(s,y,t')ds,$$

deren Behandlung das Ziel der ganzen Vorträge ist.

Der zweite Vortrag beginnt mit der Aufstellung der *Smoluchowski*en Gleichung

$$\Phi(A,B,t+t') = \int\int_v\int \Phi(A,M,t)\Phi(M,B,t')d\tau_M; \tag{1}$$

es wird eine Partikularlösung in Form eines *Gauß*schen Gesetzes aufgestellt, von der gezeigt wird, daß sie der partiellen Differentialgleichung der Wärmeleitung in einem anisotropen Medium genügt. Er schließt mit dem Fundamentaltheorem: Wenn eine stetige Wahrscheinlichkeitsdichte $\Phi(A,B,t)$ der Gleichung (1) für $0 < t \leq T$ genügt, so ist sie für jedes positive t definiert, und der Erwartungswert einer Funktion $\alpha(B)$ strebt mit wachsendem t einer von der Anfangslage A unabhängigen Grenze $\bar{\alpha}$ zu; desgleichen existiert $\lim_{t\to\infty} \varPhi(A,B,t) = P(B)$ und ist von A unabhängig; $P(B)$ ist konstant, wenn $\varPhi(A,B,t)$ auch hinsichtlich der Variablen A eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.

Der dritte Vertrag bringt die Untersuchungen von *F. Perrin* über spezielle *Brown*sche Bewegungen auf der Kugeloberfläche (1928; F. d. M. 54, 933 (JFM 54.0933.*)) und verallgemeinert diese ohne strenge Beweisdurchführung auf die allgemeine Gleichung (1); Herstellung des Zusammenhangs mit der Iteration linearer Funktionaltransformationen.

Der vierte Vortrag wendet diese Verallgemeinerungen an. Sei $\alpha(M)$ eine gegebene Funktion der Lage des Punktes, $\alpha(A_\nu)$ ihr Wert nach $\nu \cdot \vartheta$ Sekunden, wenn der Punkt mit der Anfangslage A verfolgt wird. Nach dem Fundamentaltheorem strebt $\mathfrak{E}(\alpha)$ mit $n \to \infty$ einer von A unabhängigen Grenze $\bar{\alpha}$ zu. Mit Dispersion bezeichnet man den Ausdruck

$$\varDelta_n = \mathfrak{E}(N\bar{\alpha} - \alpha(A_1) - \cdots - \alpha(A_n))^2.$$

Es wird $\mathfrak{E}(\frac{\varDelta_n}{n})$ für $N \to \infty$ berechnet. Besondere Berücksichtigung des Falles, in dem die Übergangswahrscheinlichkeit von der Ausgangslage unabhängig ist.

Der fünfte Vortrag behandelt einige Spezialfälle, wobei auch die sogenannte *Fokker-Planck*sche Differentialgleichung Verwendung findet.

Der sechste Vortrag endlich enthält einige allgemeine Ausblicke zur Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Theorie der Diffusion und bei ähnlich gelegen physikalischen Fragestellungen im Anschluß an die *Poincaré*sche Theorie der permanenten Wellen und das Grundproblem der kinetischen Gastheorie nach *E. Borel.*

Reviewer: Iglisch, R., Prof. (Braunschweig)

Full Text: Numdam EuDML