Alexandroff, P.
[Hilbert, David]

Einfachste Grundbegriffe der Topologie. (German) JFM 58.0621.01

Mit einem Geleitwort von D. Hilbert. VI + 48 S. 25 Fig. Berlin, J. Springer (1932).

Das vorliegende Bändchen war ursprünglich als Anhang zu *Hilbert*s Vorlesungen über "Anschauliche Geometrie" (1932; F. d. M. 58_{I}, 597) geplant, hat aber unter den Händen des Verf. einen größeren Umfang angenommen, als dieser Absicht entsprochen hätte, und ist daher als selbständige Veröffentlichung erschienen; es ist bestimmt als erste Einführung in die Topologie für diejenigen, die eine genaue und strenge Vorstellung wenigstens von einigen unter den wichtigsten Grundbegriffen der Topologie erhalten wollen.

In den Mittelpunkt der Schrift hat Verf. diejenigen Sätze und Fragestellungen gestellt, die auf den Begriffen des algebraischen Komplexes und seines Randes beruhen: einerseits, weil dieser Teil der Topologie - wie kein anderer - einer sehr klaren und eleganten Darstellung fähig und daher reif ist, weitesten mathematischen Kreisen vermittelt zu werden; andrerseits, weil er innerhalb der Topologie auf Grund der Entwicklung der letzten zwei Jahrzehnte mehr und mehr eine führende Stellung einnimmt. Immer größere Teile der Topologie werden nämlich vom Homologiebegriff beherrscht; das gilt nicht nur für die Theorie der stetigen Abbildungen von Mannigfaltigkeiten, sondern auch für die mengentheoretische Topologie, insbesondere die Dimensionstheorie. Schließlich ist dieser Teil der Topologie auch derjenige, der für die Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik in erster Linie entscheidend ist.

Nachdem Verf. in einer Einleitung an einer Reihe von Beispielen das Wesen, die Bedeutung und auch die Schwierigkeit topologischer Fragestellungen erläutert hat, behandelt Verf. in Kap. I "Polyeder, Mannigfaltigkeiten, topologische Räume", darauf in Kap. II "Algebraische Komplexe". Hier wird eine Darstellung der Grundbegriffe der "algebraischen" oder kombinatorischen Topologie gegeben, insbesondere also der Homologieklassen, der *Betti*schen Gruppen und Zahlen, und der entsprechenden Begriffe mod 2. In Kap. III "Simpliziale Abbildungen und Invarianzsätze" bespricht Verf. vor allem topologische Invarianzsätze, und zwar den *Brouwer*schen Satz von der Invarianz der Dimensionenzahl, den er mit Hilfe des Pflastersatzes, und zwar nach *Sperner* (1928; F. d. M. 54, 614 (JFM 54.0614.*)), beweist, und den Satz von der Invarianz der *Betti*schen Gruppen im Anschluß an *J. W. Alexander* und *H. Hopf*. Das wesentliche Hilfsmittel für den Beweis dieser Invarianzsätze, die simpliziale Approximation stetiger Abbildungen, wird am Anfang des Kapitels eingehend behandelt; ihre wichtigsten Eigenschaften werden in drei "Erhaltungssätzen" ausgesprochen. - Im Anschluß an den Beweis des Pflastersatzes geht Verf. noch etwas näher auf den allgemeinen Dimensionsbegriff ein; insbesondere beweist er hier den "Überführungssatz". Mit einer kurzen Andeutung des Beweises des *Alexander*schen Dualitätssatzes schließt das - trotz des schmalen Umfanges von nur drei Bogen - sehr inhaltsreiche Bändchen.

Leider enthält die Schrift ein für den Anfänger vielleicht störendes Versehen, auf das Verf. selbst die Schriftleitung der F. d. M. kurz nach dem Erscheinen aufmerksam gemacht hat: In Kap. I (auf S. 6) werden die Polyeder als "homogen-dimensional", d. h. nur aus Stücken derselben Dimension zusammengesetzt, eingeführt; in Kap. III beim Beweis des Überführungssatzes müssen aber auch inhomogen-dimensionale Polyeder zugelassen werden. Nach der Mitteilung des Verf. ist dieses Versehen durch die nachträgliche Aufnahme der dimensionstheoretischen Betrachtungen in das Buch entstanden. - Auf S. 30, Z. 20 v. o., muß es $j > n$ statt $j < n$ heißen.

Reviewer: Feigl, G., Prof. (Breslau)