von Neumann, Johann
Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. (German) JFM 58.0929.06
262 S. Berlin, J. Springer. (Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. XXXVIII) (1932).

Das vorliegende Werk ist neben *Diracs* Principles of quantum mechanics (1935; F.d.M. 61_{I}, 935) das bedeutendste über die theoretischen Grundlagen der Quantenmechanik. Wo bei *Dirac* mit genialem Griff eine fingierte δ-Funktion die Überführung eines Differentialoperators in einen Integraloperator, also

$$H\left(q_1,\dots,q_k,\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial q_1},\dots,\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial q_k}\right)\varphi(q_1,\dots,q_k)$$
$$=\int\underset{\Omega}{\cdots}\int h(q_1,\dots,q_k,q_1',\dots,q_k')\varphi(q_1',\dots,q_k')dq_1'\dots dq_k'$$

erzwingt und dadurch die *Wellengleichung*

$$H\varphi(q_1,\dots,q_k)=\lambda\varphi(q_1,\dots,q_k)$$

auf die Form

$$\int\underset{\Omega}{\cdots}\int h(q_1,\dots,q_k,q_1',\dots,q_k')\varphi(q_1',\dots,q_k')dq_1'\dots dq_k'=\lambda\varphi(q_1,\dots,q_k)$$

bringt, welche der Matrizeneigenwertgleichung (im Raum Z)

$$\sum_{\nu} h_{\mu\nu}x_\nu=\lambda x_\mu$$

äquivalent ist, wird beim Verf. die Gleichwertigkeit der Wellenmechanik mit der Matrizenmechanik in mathematisch strenger Weise begründet: Es ist nicht möglich, eine Beziehung zwischen dem Raum Z der Matrizenmechanik (Z ist der diskrete Raum der Indexwerte $\mu,\ \nu$) und dem kontinuierlichen Zustandsraum Ω des mechnischen Systems (Ω ist k-dimensional) in mathematisch einwandfreier Weise herzustellen. Darauf kommt es aber gar nicht an. Wesentlich ist nur die Isomorphie der Funktionengesamtheiten F_z (Elemente x_ν) bzw. F_Ω (Elemente $\varphi(q_1,\dots,q_k)$) nach *Fischer* und *F. Riesz*. Man untersucht also die von der speziellen Einkleidung F_2 oder F_Ω unabhängigen inneren Eigenschaften des *Hilbert*schen Raumes.

Inhalt: I. Einleitende Betrachtungen: Wellenmechanik, Matrizenmechanik, Transformationstheorie, Hilbert-Raum (H.R.). II. Abstrakter H.R.: Charakterisierung des H.R., Geometrie des H.R., abgeschlossene Linearmannigfaltigkeiten, Operatoren im H.R., Eigenwertproblem, eindeutige Lösbarkeit, vertauschbare Operatoren, Spur. III. Quantenmechanische Statistik: Statistische Deutung der Quantenmechanik, Meßbarkeit, Unbestimmtheitsrelation, Projektionsoperatoren, Lichttheorie. IV. Deduktiver Aufbau der Theorie: Prinzipielle Begründung der statistischen Theorie, Experimente. V. Allgemeine Betrachtungen: Messung und Reversibilität, thermodynamische Betrachtungen (Übertragung der *Gibbs*schen Methoden auf die Quantenmechanik), Reversibilitäts- und Gleichgewichtsfragen, makroskopische Messung. VI. Der Meßprozeß: Formulierung des Problems, zusammengesetzte Systeme, Diskussion des Meßprozeß. Anmerkungen. Besprechung: J.D.Tamarkin, Amer. Math. Monthly 42 (1935), 237-239.

Reviewer: Jehle, H., Dr. (Brüssel)

Full Text: EuDML