Denjoy, A.

Sur la continuité des fonctions analytiques singulières. (French) JFM 58.1077.04

Bulletin S. M. F. 60, 27-105 (1932).

Im Anschluß an einen Satz von *Painlevé*, wonach die singulären Linien einer Funktion $F(z)$, die überall stetig und außerhalb dieser Linien holomorph ist, nirgends rektifizierbar sein können, untersucht Verf. spezielle Klassen von nirgends rektifizierbaren Kurven γ, zu denen überall stetige Funktionen $F(x)$ existieren, die außerhalb γ holomorph und auf γ singulär sind. In einem ersten Teil gewinnt Verf. durch sukzessive Unterteilung eines Quadrates eine Kurve $\zeta = \zeta(\xi)$, $0 \leq \xi \leq 1$ vom Flächeninhalt 0 und eine Funktion $\varphi(\xi)$, sodaß $F(z) = \int\limits_0^1 \frac{\varphi(\xi)}{\zeta - z} d\xi$ die geforderten Eigenschaften besitzt. Gibt es nun zu jeder nicht rektifizierbaren Kurve γ eine solche Funktion? Zur Erhellung dieser Frage betrachtet Verf. in einem zweiten Teil Kurven von der Form $\zeta = \xi + i\psi(\xi)$, wo $\psi(\xi) = \sum\limits_1^\infty a_n \cos b_n \xi$ und a_n und b_n einer Reihe von Bedingungen genügen. Er zeigt, daß die Integrale

$$F(z) = \int\limits_0^1 \frac{d\xi}{\xi + i\psi(\xi) - z}$$

Funktionen der geforderten Art sind.

Die Schwierigkeit der Untersuchung liegt in der Realisierung der Stetigkeit von $F(z)$. Daß $F(z)$ auf γ singulär ist, ergibt sich dann leicht durch Zerlegen der Integrale. Untersucht man nun, wie stark die Länge irgendeines Bogenstücks von γ unendlich wird, so zeigt sich, daß das Maß dieses Unendlichwerdens bei den betrachteten Kurven ein gewisses Minimum nicht unterschreiten kann. Die Frage, ob für alle Kurven γ, zu denen eine Funktion $F(z)$ der obigen Eigenschaft existiert, ein solches Minimalmaß vorhanden ist, bleibt offen.

Reviewer: Pfluger, A., Prof. (Freiburg, Schweiz)

Full Text: DOI Numdam EuDML