Veblen, O.

The Cambrige Colloquium, 1916, Part. II. Analysis situs. 2. ed. (English) JFM 57.0712.01

X + 194 p. New York, American Mathematical Society (Colloquium Publications vol. V, part. 2) (1931).

Dieses klassische Buch, nach dem Encyklopädieartikel von *Dehn-Heegaard* (1907; F. d. M. 38, 510 (JFM 38.0510.*)-511) die erste zusammenfassende Darstellung der kombinatorischen Topologie, liegt in zweiter Auflage vor. Da die erste, im Jahre 1922 erschienene Auflage in den F. d. M. nicht angezeigt worden ist, so soll hier nachträglich eine kurze Besprechung gegeben werden.

In der Vorrede zur ersten Auflage betont Verf., daß er seine Darstellung angesichts der im lebhaftesten Schwünge begriffenen Entwicklung der Topologie nicht als endgültig ansehe. Verf. folgt nämlich bei dem Aufbau der kombinatorischen Topologie dem auf *Poincaré* zurückgehenden, unter andern von *Tietze* (1908; F. d. M. 39, 171 (JFM 39.0171.*)-174) wiedergegebenen Verfahren, zur Beschreibung einer kombinatorisch definierten Mannigfaltigkeit gewisse ganzzahlige Matrizen, die Inzidenzmatrizen, aufzustellen und aus diesen auf rein algebraischem Wege Invarianten der kombinatorischen Topologie herzuleiten. Dieses Verfahren hat Verf. auch in der zweiten Auflage beibehalten, obwohl in der Zwischenzeit ein neues Verfahren, das gruppentheoretische, ausgebildet worden ist. Da die gruppentheoretische Behandlung der kombinatorischen Topologie im neuesten Schrifttum stark in den Vordergrund gestellt worden ist (vgl. die Werke von *Seifert-Threlfall* und von *Alexandroff-Hopf*; 1934, 1935; F. d. M. 60_{I}, 496; 61_{I}, 602-606), so wird man es vielleicht begrüßen, in dem vorliegenden Buch eine Wiedergabe der älteren Methoden zur Hand zu haben.

Inhaltsverzeichnis: Kap. I. *Lineare Graphen*: Grundlegende Definitionen. Ordnungsbeziehungen auf Kurven. Singuläre Komplexe. Die einfachsten Invarianten. Symbole für Zellsysteme. Die Matrizen H_0 und H_1. Nulldimensionale "circuits". Eindimensionale circuits. Bäume. Geometrische Deutung von Matrixprodukten. Zurückführung von H_0 und H_1 auf die Normalform. Orientierte Zellen. Orientierungsmatrizen. Orientierte 1-circuits. Symbole für orientierte Komplexe. Normalform für E_0. Ganzzahlige Matrizen. Normalform für E_1.

Kap. II. *Zweidimensionale Komplexe und Mannigfaltigkeiten*: Grundlegende Definitionen. Inzidenzmatrizen. Unterteilung von 2-Zellen. Karten. Reguläre Unterteilung. Mannigfaltigkeiten und 2-circuits. Die Zusammenhangszahl R_1. Singuläre Komplexe. Berandende und nichtberandende 1-circuits. Kongruenzen und Homologien, mod 2. Die Abbildung A. Invarianz von R_1. Invarianz des 2-circuit. Orientierungsmatrizen. Orientierbare circuits. Normalformen für Mannigfaltigkeiten.

Kap. III. *n-dimensionale Komplexe und Mannigfaltigkeiten*: Grundlegende Definitionen. Inzidenzmatrizen. Die Zusammenhangszahlen R_i. Zurückführung der Matrizen auf die Normalform. Kongruenzen und Homologien, mod 2. Theorie der n-Zelle. Reguläre Komplexe. Mannigfaltigkeiten. Duale Komplexe. Dualität der Zusammenhangszahlen R_i. Verallgemeinerte Mannigfaltigkeiten. Berandende und nichtberandende Systeme von k-circuits. Invarianz der Zusammenhangszahlen R_i.

Kap. IV. *Orientierbare Mannigfaltigkeiten*: Orientierte n-Zellen. Orientierungsmatrizen. Überlagernde orientierte Komplexe. Berandung eines orientierten Komplexes. Orientierbare n-circuits. Orientierte k-circuits. Normalform von E_k. Die Bettischen Zahlen. Die Torsionskoeffizienten. Beziehung zwischen den Bettischen und den Zusammenhangszahlen. Kongruenzen und Homologien. Die fundamentalen Kongruenzen und Homologien. Berandende k-circuits. Invarianz der Bettischen Zahlen und der Torsionskoeffizienten. Dualität der Bettischen Zahlen und der Torsionskoeffizienten.

Kap. V. *Die Fundamentalgruppe und einige ungelöste Probleme*: Homotopische und isotopische Deformationen. Isotopie und Ordnungsbeziehungen. Die Indikatrix. Sätze über Homotopie. Die Fundamentalgruppe. Die Gruppe eines linearen Graphen. Die Gruppe eines zweidimensionalen Komplexes. Die kommutative Gruppe $\tilde{G}$. Äquivalenzen und Homologien. Die Poincaréschen Zahlen einer Gruppe. Überlagerungsmannigfaltigkeiten. Dreidimensionale Mannigfaltigkeiten. Das Heegaard-Diagramm. Das Knotenproblem.

Ferner weist die zweite Auflage zwei Anhänge auf, die sich in der ersten noch nicht finden. Im Anhang I ist die Arbeit des Verf. "On intersection numbers" (Transactions A. M. S. 25 (1924), 540-550; F. d. M. 50, 657 (JFM 50.0657.*)-658), im Anhang II die Arbeit von *P. Franklin* und Verf. "On matrices whose elements are integers" (Annals of Math. (2) 23 (1921), 1-15; F. d. M. 48, 97 (JFM 48.0097.*)) abgedruckt worden.

Besprechungen: S. Z.; Annales Soc. Polonaise 9 (1931), 169. E. R. v. K.; Nieuw Archief (2) 17 (1932), 181. S. Lefschetz; Bulletin Sc. math. (2) 55 (1931), 225-226. A. Buhl; Enseignement 30 (1931), 155-156. B. L.; Periodico (4)11 (1931), 312-314. F. Simonart; Revue Questions scient. (4) 20 (1931), 531-532. G. Bouligand; Revue scientifique 69 (1931), 672. G. Szegö; Z. f. angew. Math. 12 (1932), 62. P. Alexandroff; Zentralblatt l (1931), 406-407.

Reviewer: Feigl, G., Prof. (Breslau)