

Hilbert, D.

Grundlagen der Geometrie. 7. Aufl. (German) [JFM 56.0481.01](#)

Wissenschaft und Hypothese Bd. 7. Leipzig: B. G. Teubner. 326 S. 100 Fig. (1930).

Die vorliegende siebente Auflage dieses klassischen Werks bringt gegenüber den früheren Auflagen (4. Aufl. (1913; [JFM 44.0543.02](#)), 5. Aufl. (1922; [JFM 48.0646.04](#)), 6. Aufl. 1923) erhebliche Verbesserungen und Ergänzungen. Verf. hat dabei sowohl seine neueren Vorlesungen über den Gegenstand als auch die inzwischen in der Literatur erzielten Fortschritte berücksichtigt.

In dem ersten, der Darstellung der fünf Axiomgruppen gewidmeten Kapitel sind die Axiome z. T. durch weniger aussagende ersetzt worden. In der Axiomgruppe II (Axiome der Anordnung) wird in Axiom II 2 zu zwei Punkten A und C nur noch die Existenz eines solchen Punktes B auf der Geraden AC gefordert, daß C zwischen A und B liegt, und in II 3 nur noch ausgesagt, daß es unter irgend drei auf einer Geraden liegenden Punkten höchstens einen gibt, der zwischen den beiden andern liegt. Die in den früheren Fassungen von II 2 und II 3 noch enthaltenen Aussagen lassen sich aus den Axiomgruppen I und II, namentlich unter Benutzung des Axioms von *Pasch*, leicht herleiten. In der Axiomgruppe III (Kongruenz) wird für die Streckenabtragung nur noch die Existenz gefordert und die Eindeutigkeit in bekannter Weise mit Hilfe der Eindeutigkeit der Winkelabtragung und des Kongruenzaxioms der Dreiecke bewiesen. In der Axiomgruppe V (Stetigkeit) wird das Vollständigkeitsaxiom (V 2) nur noch für die lineare Geometrie ausgesprochen; das reicht hin, um die frühere Fassung des Vollständigkeitsaxioms zu gewinnen. Außerdem ist die Darstellung in Kap. I an vielen Stellen ergänzt und abgerundet worden.

In den weiteren Kapiteln: II. Die Widerspruchsfreiheit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome (§ 9–12); III. Die Lehre von den Proportionen (§ 13–17). IV. Die Lehre von den Flächeninhalten in der Ebene (§ 18–21); V. Der Desarguessche Satz (§ 22–30); VI. Der Pascalsche Satz (§ 31–35); VII. Die geometrischen Konstruktionen auf Grund der Axiome I–IV (§ 36, 37) sind folgende Änderungen bemerkenswert: In § 10, der von der Unabhängigkeit des Parallelenaxioms handelt, sind die *Legendreschen Sätze* über die Winkelsumme im Dreieck aufgenommen worden. In § 23 wird statt des bisher dort dargestellten Modells einer nicht-*Desarguesschen* Geometrie ein einfacheres, von *F. R. Moulton* [Trans. Am. Math. Soc. 3, 192–195 (1902; [JFM 33.0497.04](#))] stammendes vorgeführt. In § 35 folgt Verf. bei dem Beweis des Desarguesschen Satzes aus dem Pascalschen der von *G. Hessenberg* [Math. Ann. 61, 161–172 (1905; [JFM 36.0583.02](#))] gegebenen Darstellung. Umgearbeitet worden sind § 20 (Das Inhaltsmaß von Dreiecken und Polygonen) und der zweite Teil des Kapitels VII.

Unter den Anhängen hat der Anhang II (Über den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck) eine gänzliche Umgestaltung aus der Feder von *Arnold Schmidt* erfahren. Im Anhang V (Über die Flächen von konstanter Gaußscher Krümmung) wird der zuerst von Verf. [Trans. Am. Math. Soc. 2, 87–99 (1901; [JFM 32.0608.01](#))] bewiesene Satz von der Nichtexistenz singularitätenfreier analytischer (oder hinreichend oft stetig differenzierbarer) Flächen von konstanter negativer Krümmung im Anschluß an den von *E. Holmgren* [C. R. 134, 740–743 (1902; [JFM 33.0643.01](#))] herrührenden Beweisgang, und zwar in der von *W. Blaschke* [Vorlesungen über Differentialgeometrie Bd. I, § 80; 1. Aufl. 1921 (1924; [JFM 48.1305.03](#))] gegebenen Darstellung, vorgetragen. Die übrigen Anhänge (I, III, IV, VI, VII) sind im wesentlichen unverändert geblieben.

Neu hinzugekommen sind drei Anhänge, in denen drei berühmte Vorträge des Verf. aus den letzten Jahren wieder abgedruckt worden sind:

VIII. “Über das Unendliche” (Vortrag Münster i. W. Juni 1925; Math. Ann. 95, 161–190 (1925; [JFM 51.0044.02](#)).

IX. “Die Grundlagen der Mathematik” (Vortrag Hamburg Juli 1927; Abhandlungen Hamburg 6, 65–85 (1928; [JFM 54.0055.02](#)).

X. “Probleme der Grundlegung der Mathematik” (Vortrag Bologna September 1928; Atti Congresso Bologna. 1, 136–141 (1929); Math. Ann. 102, 1–9 (1929; [JFM 55.0031.01](#)).

Besprechungen: Scientia 51 (1932), 174–175. L. Kalmár; Acta Szeged 5 (1932), 248–249. W. Kramer; Z. f. phys. u. chem. Unterricht 45 (1932), 184. W. Süß; Jahresbericht D. M. V. 40 (1931), 96–97. H. Wieleitner;

Bayer. Blätter f. Gymnasialschulwesen 66 (1930), 385.

Reviewer: Feigl, G., Prof. (Breslau)

MSC:

51-01 Introductory exposition (textbooks, tutorial papers, etc.) pertaining to geometry

Cited in **3** Reviews
Cited in **46** Documents