Vakselj, A.

Ein Existenztheorem der Flächen konstanter Krümmung. (German) JFM 56.0598.02

M. Z. 32, 407-414 (1930).

Verf. beweist die Existenz von Flächen konstanter negativer Krümmung, auf welchen einer der beiden Hauptkrümmungsradien (längs der zugehörigen Hauptkrümmungslinie) die Werte einer vorgegebenen Funktion annimmt. Allgemein wird bekanntlich in der Flächentheorie gezeigt, daß sich jede Fläche auf unendlich viele Weisen derart verbiegen läßt, daß eine auf ihr beliebig gegebene Kurve zur Krümmungslinie wird. Es zeigt sich nunmehr, daß dieses allgemeine Problem unter den von Verf. gewählten Bedingungen eindeutig wird. Die Beweisführung benutzt spezielle Krümmungsparameter, für welche die Komponenten der ersten Fundamentalform auf der Fläche mit konstanter negativer Krümmung $-\frac{1}{R^2}$ den Bedingungen genügen:

$$\bar{g}_{11} + \bar{g}_{22} = R^2, \quad \bar{g}_{12} = 0.$$

Einer derartigen Transformation der ersten Fundamentalform entspricht, von Translationen und Spiegelungen abgesehen, nur eine bestimmte Parametertransformation, solange die Fläche mit konstanter negativer Krümmung keine Schraubenfläche ist. Für Schraubenflächen konstanter negativer Krümmung gibt es unendlich viele derartige Transformationen und ihnen zugeordnete Differentialformen der verlangten Eigenschaft; sie hängen von einer nichtadditiven Konstanten ab. Umgekehrt muß zur Bestimmung aller Flächen, welchen eine solche erste Fundamentalform gemeinsam ist, die jeweils zweite Fundamentalform gemäß den *Codazzi*schen Gleichungen berechnet werden. Es ergibt sich wieder eine einzige Fläche konstanter negativer Krümmung, welche keine Schraubenfläche ist, und unendlich viele Schraubenflächen konstanter negativer Krümmung. Mit diesen Hilfsergebnissen gelingt Verf. der Existenzbeweis der gesuchten Fläche. Die analytische Kurve auf der Ausgangsfläche unterliegt der einzigen Beschränkung, keine Minimalkurve zu sein.

Reviewer: Pinl, M., Dr. (Berlin)

Full Text: DOI EuDML