von Alexits, G.

Über die analytische Darstellung willkürlicher Funktionen. (German) JFM 55.0157.02

M. Z. 30, 47-52 (1929).

Verf. behandelt die Frage, wann eine beliebige Funktion $f(x)$ durch eine im Definitionsbereich absolut, aber nicht notwendig gleichmäßig konvergierende Reihe von Polynomen approximiert werden kann.

Auf Grund des Satzes, daß eine auf einer Menge $\mathfrak{A}$ eines metrischen Raumes $\mathfrak{R}$ oberhalb stetige Funktion zu einer in ganz $\mathfrak{R}$ oberhalb stetigen Funktion erweitert werden kann, ergibt sich folgendes Resultat:

$f(x)$ sei eine beliebige, im Bereich $\mathfrak{B}$ definierte Funktion, $\mathfrak{A}$ eine Teilmenge von $\mathfrak{B}$. Dann und nur dann gibt es eine Reihe von Polynomen $\sum\limits_{n=1}^{\infty} P_n(x)$, die in $\mathfrak{A}$ absolut konvergiert und dort die Funktion $f(x)$ darstellt, wenn $f(x)$ in $\mathfrak{A}$ Summe zweier halbstetiger Funktionen ist.

Als Folgerung ergeben sich die folgenden beiden Sätze: (1) Ist $f(x)$ eine *Baire*sche Funktion und $\mathfrak{A}$ perfekt, dann gibt es eine Reihe von Polynomen, die in $\mathfrak{A}$ bis auf eine Menge von erster Kategorie absolut konvergiert und $f(x)$ darstellt. (2) Ist $f(x)$ in $\mathfrak{A}$ eine endliche Funktion, so gibt es stets eine in $\mathfrak{A}$ dichte Teilmenge, in der $f(x)$ durch eine in $\mathfrak{A}$ absolut konvergente Reihe von Polynomen darstellbar ist.

Reviewer: Pannwitz, Dr. Erika (Berlin)

Full Text: DOI Link EuDML