Wintner, A.
Zur Theorie der beschränkten Bilinearformen. (German) JFM 55.0826.01
M. Z. 30, 228-282 (1929).

Für eine beliebige komplexe (nicht-*Hermite*sche) beschränkte unendliche Form $\mathfrak{A}\|a_{pq}\|$ $(p, q = 1, 2, 3, \dots)$ versteht der Verfasser unter dem Spektrum $S(\mathfrak{A})$ die Gesamtheit der Werte λ, für welche $\lambda\mathfrak{E} - \mathfrak{A}$ eine Reziproke hat. Hierbei hat $\mathfrak{A}$ eine Reziproke, wenn eine Matrix $\mathfrak{B}$ existiert, so daß $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\mathfrak{A} = \mathfrak{E}$. Es ist immer $\mathbf{S}(\mathfrak{A})$ in $\mathbf{W}(\mathfrak{A})$ enthalten, wobei $\mathbf{W}(\mathfrak{A})$ die abgeschlossene Hülle der Werte von $\sum a_{pq}x_p\bar{x}_q$ für $|\mathfrak{x}|^2 = 1$ bedeutet. $\mathbf{W}(\mathfrak{A})$ ist immer konvex, also ist die kleinste konvexe Hülle $\mathbf{T}(\mathfrak{A})$ von $\mathbf{S}(\mathfrak{A})$ in $\mathbf{W}(\mathfrak{A})$ enthalten. $\mathfrak{A}$ heißt normaloid, wenn die obere Grenze des absoluten Betrages von $\sum a_{pq}x_p\bar{x}_q$ für $|\mathfrak{x}|^2 = 1$ nicht kleiner ist als die obere Grenze von $\sum a_{pq}x_py_q$ für $|\mathfrak{x}|^2 = 1$ und $|\mathfrak{y}|^2 = 1$. Ist $\mathfrak{A}$ normaloid, so gilt die wichtige Konvexitätsregel $\mathbf{T}(\mathfrak{A}) = \mathbf{W}(\mathfrak{A})$. Für die Bilinearform $\sum\limits_{p=1}^{\infty} x_p \sum\limits_{\varrho=0}^{\infty} \alpha_\varrho y_{\varrho+p}$ ist das Spektrum identisch mit dem Bereiche Γ', auf dessen Inneres das Kreisgebiet $|z| < 1$ durch die (nicht notwendig schlichte) Funktion $w = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \alpha_n z^n$ abgebildet wird.

Ist $\mathfrak{H}$ eine *Hermite*sche Matrix, so definiert Verf. für jede komplexe stetige Funktion $F(\xi)$ die (nicht immer *Hermite*sche) Form $F(\mathfrak{H})$. Es ist $\mathbf{S}(F(\mathfrak{H})) = F(\mathbf{S}(\mathfrak{H}))$. Insbesondere ist $F(\mathfrak{H}) = e^{i\mathfrak{H}}$ eine unitäre Matrix. Umgekehrt ist jede unitäre Matrix $\mathfrak{U}$ in dieser Form darstellbar, und wenn man an $\mathfrak{H}$ eine gewisse Reduziertheitsforderung stellt, so ist die Zuordnung von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{U}$ umkehrbar eindeutig. – Ist $\mathfrak{H}$ *Hermite*sch, so ist $\mathfrak{P} = e^{\mathfrak{H}}$ positiv definit und *Hermite*sch; umgekehrt ist jede Matrix $\mathfrak{P}$ so darstellbar (eindeutig). - Außerdem Aussagen über normale Matrizen $\mathfrak{A}\mathfrak{A}^* = \mathfrak{A}^*\mathfrak{A}$.

Reviewer: Bochner, Dr. S. (Princeton (USA))

Full Text: DOI EuDML