

Skolem, Th.

Zur Theorie der assoziativen Zahlensysteme. (German) [JFM 54.0154.02](#)
Skrifter Oslo 1927, Nr. 12, 50 s. (1927).

Die vorliegende im September 1927 der Akademie zu Oslo vorgelegte Arbeit enthält Untersuchungen, die größtenteils schon 2 bis 3 Jahre vorher geführt wurden. Das *Dicksonsche* Buch "Algebras and their arithmetics" (deutsch: L. E. Dickson, Algebren und ihre Zahlentheorie, 1927; F. d. M. 53, 112 (JFM 53.0112.*)) sowie die über die *Skolemschen* wesentlich hinausgehenden grundlegenden Resultate von *E. Artin* (1927; F. d. M. 53, 114 (JFM 53.0114.*)-116) und *H. Brandt* (1927; F. d. M. 53, 113 (JFM 53.0113.*)) lernte Verf. erst im Oktober 1927 kennen; ebenso waren ihm die zu gleicher Zeit angestellten Untersuchungen von *E. Noether* (mitgeteilt in Vorlesungsform ab 1924/25, publiziert in *E. Noether*, Hyperkomplexe Systeme und Darstellungstheorie; M. Z. 30 (1929), 641-692; F. d. M. 55) nicht bekannt.

Zunächst wird die Existenz des Radikals und die Möglichkeit der Reduktion auf zweiseitige und zweiseitig einfache Bestandteile gezeigt; diese werden als identisch erkannt mit den vollen Matrizenringen in gewissen nicht-kommutativen Körpern. Weiter werden noch Aussagen über die Zerspaltung eines hyperkomplexen Systems in sein Radikal und einen Zusatzbestandteil gegeben, die neuerdings durch *Koethe* (M. Z. 32 (1930), 161-186; F. d. M. 56) verallgemeinert wurden. Der Zusammenhang zwischen der Zerfällung des Zentrums und derjenigen des hyperkomplexen Systems in zweiseitige Bestandteile wird klaggestellt. Der nächste Teil bringt Aussagen über das Verhalten des hyperkomplexen Systems bei Erweiterung des Koeffizientenbereiches, von dem die Charakteristik Null vorausgesetzt wird: Die Halbeinfachheit bleibt erhalten; Zentrums-Basen des alten Systems gehen in ebensolche des erweiterten über. Weiter wird bewiesen, daß ein nicht-kommutativer Körper als hyperkomplexes System bezüglich seines Zentrums einen quadratischen Rang hat (bei Dickson findet sich diese Tatsache allgemeiner für einfache Systeme) sowie untersucht, wie sich hier eine Erweiterung zu einem vollen Matrizenring ausführen läßt. Als Hilfssätze gehören hierher Aussagen über die Beziehungen zwischen Haupt- und charakteristischer Gleichung eines hyperkomplexen Systems. Sodann werden die Automorphismen nicht-kommutativer Körper untersucht und Bedingungen aufgestellt, unter denen das Erweiterungssystem eines nicht-kommutativen Körpers wieder ein solcher ist (vgl. die deutsche Ausgabe des Dicksonschen Buches, §§ 33 ff.). Die Anwendung auf Quaternionen- und verwandte Körper bildet den Übergang zu arithmetischen Fragen in hyperkomplexen Systemen. Skolem gelangt nicht zu einer Theorie der Ideale, wie dieser Begriff überhaupt in der ganzen Arbeit anders als in denen von Artin, Brandt, E. Noether, Koethe, völlig vermieden wird. So wird nur noch der Begriff der Maximalordnung in solchen hyperkomplexen Systemen gewonnen, die nicht-kommutative Körper sind (bei Artin und Brandt in halbeinfachen hyperkomplexen Systemen). Anwendungen auf Quaternionen beschließen die Arbeit.

Reviewer: Grell, H., Dr. (Jena)

Cited in **9** Documents