

Hasse, H.

Höhere Algebra. Bd. II: Gleichungen höheren Grades. (German) JFM 53.0111.02
160 S. Berlin, Walter de Gruyter & Co. (Sammlung Göschen Bd. 932) (1927).

Der zweite Band behandelt die Theorie der Gleichungen höheren Grades mit einer Unbekannten, deren Koeffizienten einem gegebenen abstrakten Körper K angehören, er schließt sich an die Arbeit von Steinitz (J. f. Math. 137 (1910), 167-309; F. d. M. 41, 445 (JFM 41.0445.*)) an. In der ersten Hälfte des Buchs werden die Grundlagen behandelt, also z. B. die Teilbarkeitseigenschaften der Polynome, die Unterscheidung der Körper nach ihrer Charakteristik, der Begriff des vollkommenen Körpers, die Vielfachheit der Wurzel einer Gleichung und die Theorie der Erweiterungen eines Körpers. Von besonderer Bedeutung ist dabei naturgemäß der Kronecker-Steinitzsche Satz, daß zu jedem nicht konstanten Polynom $f(x)$ aus K ein Erweiterungskörper Λ von K existiert, so daß $f(x)$ in Λ eine Wurzel besitzt. Die Verwendung dieses Satzes macht den Fundamentalsatz der Algebra überflüssig, der ja im übrigen viel zu spezielle Voraussetzungen über die Art des Grundkörpers macht.

In der zweiten Hälfte wird die Galoissche Theorie entwickelt; der Grundkörper ist dabei ein beliebiger vollkommener Körper mit unendlich vielen Elementen. Der abstrakte Standpunkt, der bisher wohl noch bei keiner ins Einzelne gehenden Darstellung konsequent durchgeführt wurde, macht dabei gewisse Abweichungen von dem üblichen Aufbau notwendig. Im übrigen sei von Einzelheiten noch erwähnt, daß die Galoissche Gruppe als Automorphismengruppe des zugehörigen Normalkörpers eingeführt wird; ferner auch noch, daß die Verwendung des Hauptsatzes über symmetrische Funktionen vermieden wird. Im letzten Abschnitt wird schließlich die Auflösbarkeit der algebraischen Gleichungen durch Wurzelzeichen untersucht, und die Unmöglichkeit der Lösung der allgemeinen Gleichung von höherem als viertem Grad durch Radikale nachgewiesen; der Grundkörper wird dabei als Körper der Charakteristik 0 vorausgesetzt.

Das Charakteristische für das Buch ist, wie wohl aus dem Gesagten schon hervorgeht, der abstrakte Standpunkt; es stellt einen durchaus gelungenen Versuch dar, einen größeren Leserkreis mit der modernen Theorie vertraut zu machen.

Reviewer: Brauer, R., Dr. (Königsberg i. Pr.)

Cited in 1 Review