Cremer, H.
Zum Zentrumproblem. (German) JFM 53.0303.04
Math. Ann. 98, 151-163 (1927).

Ist $f(z)$ in der Umgebung von $z = 0$ analytisch und ist $f(0) = 0$, $f'(0)$ dagegen eine Zahl vom Betrag Eins, aber keine Einheitswurzel, so heiße $z = 0$ ein Zentrum, wenn $f(z)$ für eine gewisse Umgebung von $z = 0$ Bild einer Drehung ist. Für nicht lineare Polynome $f(z)$ sind Zentren bisher nicht bekannt. Der Verf. beweist, daß ein Zentrum sicher dann nicht vorliegt, wenn $f'(0)$ einer gewissen Menge von der Mächtigkeit des Kontinuums angehört.

Reviewer: Bieberbach, L., Prof. (Berlin)

Full Text: DOI EuDML Link

References:

[1] E. Schröder, Math. Annalen2 (1870), S. 317 und3 (1871), S. 296; J. Farkas, Journal de Mathématiques (3)10 (1884), S. 101; G. K?nigs., Annales de l'École Normale (3)1 (1884), Supplément und (3)2 (1885), S. 385; A. Grévy, Annales de l'École Normale (3)11 (1894), S. 249; L. Leau, Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse11 (1897); E. Kasner, Proc. of the Fifth-International Congress of Math., Cambridge,2 (1912), S. 81-87; A. A. Bennett, Annals of Mathematics17 (1915), S. 23; G. A. Pfeiffer, Trans. of the American Math. Society18 (1917), S. 185-198; G. Julia, Journal de Mathématiques pures et appliquées, (8)1 (1918), S. 47-245 und Comptes rendus168 (1919, I), S. 147-149; P. Fatou, Bulletin de la Société Mathématique de France47 (1919), S. 161-271 und48 (1920), S. 33-94, 208-314; P. Fatou, Acta mathematica47 (1926), s. 337-370. · Zbl 02.0042.02 · doi:10.1007/BF01444024

[2] G. K?nigs., Recherches sur les équations fonctionnelles, Annales de l'École Normale (3)1 (1884).

[3] Diesen Ausnahmefall (der übrigens für nichtlineare rationale Funktionen nie eintreten kann (vgl. Fußnote Für rationale Vielfache von ? läßt sich der Beweis bekanntlich sehr leicht führen: AusS R S ?1=?z, folgtS R m S ?1=z oderR m (z)=z (identisch inz); der Grad vonR M (z) ist aber nur dann gleich 1 wennR(z) von ersten Grade ist. hat schon Babbage 1815 behandelt. Vgl. C. Babbage, An essay towards the calculus of functions, Philosophical Transactions of the Roy. Soc. London 1815, S. 389-423, insbes. S. 410 usf. Von weiteren Arbeiten über die Babbagesche Gleichungf n (z)?z seien hier angeführt: O. Rausenberger, Math. Ann.18 (1881), S. 379-409, insbes. S. 384 usf.; L. Leau, Bull., de la Soc. Math. de France26 (1898), S. 5-9.

[4] L. Leau, Étude sur les équations fonctionnelles, Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse11 (1897). Vgl. den Bericht des Verf., Jahresber. d. deutsch. Math.-Ver.33, S. 196. · Zbl 25.0603.01

[5] Trans. of Am. Math. Soc.18 (1917), S. 185-189.

[6] Pfeiffer beweist folgenden Satz (loc. cit. S. 189): Letg(x)?A1 x+A 2 x 2+... be any analytic function defined in the vicinity of the origin and such that |A 1|=1, then there exists an uncountable infinity of analytic functions,f(x)?a 1 x+a 2 x 2+..., defined in the vicinity of the origin and such that |a 1|=1,a n z ?1,n=1, 2, ..., and |a i ?A i |<?,i=1, 2, ..., where ? is an arbitrary positive number, for which the corresponding formal solutions of the given functional equation are all divergent everywhere except forx=0. Damit ist die von Kasner auf dem 5. Mathematikerkongreß in Cambridge (1912) ausgesprochene Vermutung, daß (in unserer Ausdrucksweise) alle irrational indifferenten Fixpunkte Zentren seien, widerlegt. Vgl. E. Kasner, Conformal Geometry, Proc. of the Fifth Int. Congr. of Math,.2, S. 83.

[7] Siehe Journ. de Math. (8)1 (1918), S. 242.

[8] Comptes rendus168 (1919, I), S. 147-149.

[9] Vgl. P. Fatou, Bull. de la Soc. Math.48 (1920), S. 58: ?M. Julia a énoncé ce fait sans démonstration?. Auch Fatou entscheidet diese Frage nicht; vgl. auch loc. cit.47 (1919), S. 220.

[10] J. Liouville, Journ. de Math.16 (1851), S. 133-142.

[11] Vgl. Julia, Journ. de Math. (8)1 (1918), S. 243.