

Krull, W.

Theorie und Anwendung der verallgemeinerten Abelschen Gruppen. (German)

JFM 52.0111.02

Sitzungsberichte Heidelberg 1926, Nr.1, 32 S. (1926).

Verf. gibt eine Fortsetzung seiner Arbeit "Über verallgemeinerte endliche Abelsche Gruppen" (M. Z. 23 (1925), 161-196; F. d. M. 51, 116 (JFM 51.0116.*)). Auf die verallgemeinerten *Abelschen* Gruppen (Moduln mit allgemeinstem Operatorenbereich) wird der Begriff der *Jordanschen* Kompositionsreihe übertragen; die *Jordanschen* Kompositionsreihen führt Verf. von ihrem letzten Glied aus, d. h. ausgehend von der minimalen Untergruppe, ein. Eine Gruppe besitzt dann und nur dann eine *Jordansche* Kompositionsreihe, wenn sie eine verallgemeinerte endliche *Abelsche* Gruppe ist, d. h. wenn sie keine unendliche echte Ober- oder Untergruppenkette hat. Es gelten die entsprechenden Sätze wie für gewöhnliche endliche Gruppen. Eine verallgemeinerte endliche *Abelsche* Gruppe besitzt zwei ausgezeichnete Kompositionsreihen, die "vordere bzw. hintere *Loewysche* Kompositionsreihe", deren konstituierende Gruppen nicht irreduzibel (ohne Untergruppen), sondern nur vollständig reduzibel (direkte Summen von irreduziblen Gruppen) sind.

Es ergeben sich Anwendungen auf die Idealtheorie, die Theorie der hyperkomplexen Systeme und die "Elementarteilergruppen". Die Elemente der Elementarteilergruppe bilden eine verallgemeinerte *Abelsche* Gruppe von endlichem Rang, d. h. die Anzahl der in bezug auf einen Grundkörper \mathfrak{K} unabhängigen Elemente ist endlich. Der Operatorenbereich $\mathfrak{K}(\theta)$ ist homomorph dem Polynomring $\mathfrak{P}(x)$ einer Veränderlichen über \mathfrak{K} . Die Elementarteilergruppen bilden das Analogon der gewöhnlichen endlichen *Abelschen* Gruppen, wenn man als Ordnung eines Gruppenelementes α dasjenige normierte Polynom $g(\theta)$ des Operatorenbereichs definiert, das α in das Element 0 überführt ($g(\theta) \cdot \alpha = 0$). Es ergeben sich dieselben Zerlegungssätze wie bei gewöhnlicher *Abelscher* Gruppen.

Jeder Klasse isomorpher hyperkomplexer Gruppen von endlichem Rang n (d. h. verallgemeinerter *Abelscher* Gruppen mit endlichem hyperkomplexem Operatorenbereich \mathfrak{B}^* über dem Grundkörper \mathfrak{K}) entspricht umkehrbar eindeutig eine Klasse ähnlicher zu \mathfrak{B}^* isomorpher Matrixensysteme vom Grad n mit Koeffizienten aus \mathfrak{K} . Für die Elementarteilergruppen folgt daraus die Notwendigkeit der Klassifikation der hyperkomplexen Matrixensysteme \mathfrak{S} , die zum Polynomring einer Variablen homomorph sind. Ordnet man jedem \mathfrak{S} diejenige Matrix zu, die bei dem Homorphismus dem Element x entspricht, so wird umkehrbar eindeutig jede Systemklasse einer Klasse ähnlicher Matrizen zugeordnet. Man erhält so den Zusammenhang mit der Elementarteilertheorie der Matrizen.

Reviewer: Fenchel-Sperling, Käthe (Kopenhagen)

Cited in 1 Review
Cited in 4 Documents