Grandjot, K.
Über die Gitterpunkte in einem Kreise. (German) JFM 52.0175.01
Math. Ann. 96, 62-68 (1926).

Es sei $\varrho \geqq 1$ ganz und

$$\begin{aligned} U(n) &= \sum_{a^2+b^2=n} 1, \\ P(x) &= \sum_{0 \leqq n \leqq x} U(n) - \pi x, \\ P_\varrho(y) &= \varrho \int_0^y (y-x)^{\varrho-1} P(x) \cdot dx, \\ \beta_\varrho &= \frac{(\varrho!)^2}{(2\varrho+3)\pi^{2\varrho+3}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U^2(n)}{n^{\varrho+\frac{3}{2}}}, \\ R_\varrho(y) &= \int_0^y P_\varrho^2(x)\,dx - \beta_\varrho y^{\varrho+\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Verf. beweist hinsichtlich der O-Abschätzung, über Ergebnisse von *Cramer* (1922; F. d. M. 48, 184 (JFM 48.0184.*)) und *Landau* (1924; F. d. M. 50, 114 (JFM 50.0114.*)) hinausgehend, einerseits

$$R_\varrho(y) = O\left(y^{\varrho+1}\right)$$

und andrerseits

$$R_\varrho(y) = \Omega\left(y^{\varrho+1}\right),$$

(d. h. bei passendem von y freiem $K > 0$

$$|R_\varrho(y)| > K y^{\varrho+1}$$

für eine Folge ins Unendliche wachsender y).

Beim Beweis benutzt Verf. den bekannten Zusammenhang zwischen $P_\varrho(x)$ und einer mit *Bessel*schen Funktionen behafteten unendlichen Reihe, deren absolute Konvergenz den Beweis der O-Abschätzung, vereinfacht und auch für die Ω-Abschätzung von Bedeutung ist.

Reviewer: Müller, K., Studienassessor (Finsterwalde)

Full Text: DOI EuDML