Stone, M. H.
Developments in Legendre polynomials. (English) JFM 52.0279.03
Annals of Math. (2) 27, 315-329 (1926).

erf. beweist auf elementarem Wege folgende Sätze über die *Legendre*schen Polynome $P_n(x)$:

1. Ist $f(x)$ eine Funktion, die die Gestalt

$$f(x) = f(-1) + xf'(-1) + \int_{-1}^{x}\int_{-1}^{y} f''(z)\,dz\,dy$$

hat, und ist $\int_{-1}^{+1} f''^2(x)\,dx$ vorhanden, bedeutet ferner c_ν den Ausdruck

$$\frac{2\nu+1}{2}\int_{-1}^{+1} f(x)P_\nu(x)\,dx$$

so konvergiert $\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu P_\nu(x)$ $(-1 \leqq x \leqq +1)$ gleichmäßig gegen $f(x)$.

2. Hat $f(x)$ die Gestalt

$$f(x) = f(-1) + \int_{-1}^{x} f'(x)\,dx \qquad \Big(\int_{-1}^{+1} f'^2(x)\,dx \text{ vorhanden}\Big),$$

so konvergiert $\sum c_\nu P_\nu(x)$ für $-1 \leqq x \leqq +1$ gegen $f(x)$; die Konvergenz ist gleichmäßig, wenn $-1 < \delta \leqq x \leqq \varepsilon < +1$ (δ, ε fest).

3. Ist $-1 < a < 1$ und eine Funktion durch

$$f(x) \equiv 0 \quad (-1 \leqq x < a), \quad f(a) = \tfrac{1}{2}, \quad f(x) \equiv 1 \quad (a < x \leqq +1)$$

definiert, so konvergiert $\sum c_\nu P_\nu(x)$ für $-1 \leqq x \leqq +1$ gegen $f(x)$ und zwar gleichmäßig, wenn $-1 < \delta \leqq x \leqq \varepsilon < a$ oder $a < \delta_1 \leqq x \leqq \varepsilon_1 < +1$.

Reviewer: Hahn, Wolfgang, Studienassessor Dr. (Berlin)

Full Text: DOI