Kneser, H.
Die Deformationssätze der einfach zusammenhängenden Flächen. (German) JFM 52.0573.01
M. Z. 25, 362-372 (1926).

Verf. leitet eine Reihe von Deformationssätzen nach folgendem Prinzip ab: $\mathfrak{R}$ sei ein Konvergenzraum, in dem also Konvergenz und Divergenz von Punktfolgen unter Beachtung der üblichen Gesetze definiert ist. Die Gesamtheit $\mathfrak{A}$ der topologischen Abbildungen von $\mathfrak{R}$ auf sich (allgemeiner auch die Gesamtheit der stetigen Abbildungen von $\mathfrak{R}$ auf Teilmengen irgendeines Konvergenzraumes, sowie beliebige Teile dieser Gesamtheit) bilden wieder einen Konvergenzraum. Es handelt sich bei gegebenem $\mathfrak{R}$ um die Untersuchung der topologischen Eigenschaften von $\mathfrak{A}$ – also die größten stetig (d. h. im Sinne der Verbindbarkeit durch stetige Kurve) zusammenhängenden Bestandteile von $\mathfrak{A}$ und deren Fundamentalgruppe, insbesondere um ein Kriterium dafür, wann ein Punkt A von $\mathfrak{A}$ dem die Identität enthaltenden Bestandteil, der "Deformationsgruppe" D, angehört, wann also die Abbildung A durch Deformation aus der Identität hervorgeht. Die Untersuchung von $\mathfrak{A}$ kann unter Umständen auf die einfacherer Konvergenzräume zurückgeführt werden durch Anwendung des folgenden Hilfssatzes auf $\mathfrak{A}$:

Ist jeder Punkt p des Konvergenzraums $\mathfrak{R}$ durch eine eindeutig und stetig von p abhängige stetige Kurve mit einem Punkte eines gewissen Teilraumes $\mathfrak{R}'$ verbunden, d. h. hängt der Punkt $q = f(p,\tau)$ $(0 \leqq \tau \leqq 1)$ eindeutig und stetig (d. h. $\lim f(p_n,\tau_n) = f(p,\tau)$, wenn $\lim p_n = p$, $\lim \tau_n = \tau$) von p und τ ab, und ist $f(p,0) = p$ und $f(p,1)$ ein Punkt von $\mathfrak{R}'$, so haben (1) $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ gleich viele größte stetig zusammenhängende Teile, und in jedem Teil von $\mathfrak{R}$ liegt genau einer von $\mathfrak{R}'$; (2) ist $\mathfrak{R}$, und daher nach (1) auch $\mathfrak{R}'$ stetig zusammenhängend, so sind ihre Fundamentalgruppen isomorph.

Anwendungen: I. Nach *Alexander* (Proceedings USA Academy 9 (1923), 406-407; F. d. M. 49, 407 (JFM 49.0407.*)) läßt sich die Untersuchung der Gruppe $\mathfrak{A}$ für eine n-dimensionale Vollkugel zurückführen auf die der Gruppe $\mathfrak{A}'$ der topologischen Abbildungen der $(n1)$-dimensionalen Randsphäre auf sich. Da man die Gruppe $\mathfrak{A}$ für die Kreislinie beherrscht – sie läßt sich nach dem Hilfssatz zurückführen auf die der Drehungen und Spiegelungen –, ergibt sich daraus die Struktur von $\mathfrak{A}$ für die abgeschlossene Kreisscheibe, insbesondere der Deformationssatz.

II. Die Untersuchung von $\mathfrak{A}$ für die offene Kreisscheibe oder die ganze Ebene wird nach dem Hilfssatz zurückgeführt auf die (1) der Gruppe $\mathfrak{A}_1$ der topologischen Abbildungen mit dem Fixpunkt 0, (2) der Gruppe $\mathfrak{A}_2$ der kongruenten Abbildungen mit dem Fixpunkt 0. Bei dem Übergang von $\mathfrak{A}_1$ zu $\mathfrak{A}_2$ wird von der konformen Abbildung eines Kinggebiets auf einen Kreisring, insbesondere von der Bestimmung der Abbildung durch gewisse Vorschriften auf dem Rande und der stetigen Abhängigkeit davon, Gebrauch gemacht. – $\mathfrak{A}$ besteht wieder aus zwei stetig zusammenhängenden Bestandteilen (Deformationssatz), und die Fundamentalgruppe von $\mathfrak{A}$ ist die unendliche zyklische.

III. Die Untersuchung der Gruppe $\mathfrak{A}$ der Kugelfläche läßt sich zurückführen auf (1) die der konformen und (2) die der kongruenten Abbildungen der Kugel auf sich. Sie zerfällt also in zwei stetig zusammenhängende Bestandteile (Deformationssatz), deren jeder die Gruppe von zwei Elementen als Fundamentalgruppe hat.

Reviewer: Pannwitz, Erica, Dr. (Berlin)

Full Text: DOI Link EuDML