Schreier, O.

Abstrakte kontinuierliche Gruppen. (German) JFM 51.0112.04

Abhandlungen Hamburg 4, 15-32 (1925).

Verf. stellt sich die Aufgabe, die kontinuierlichen Gruppen unabhängig von Differenzierbarkeitsvoraussetzungen zu studieren. In einem Raum, in dem ein Limesbegriff durch einige naheliegende Axiome erklärt ist (ungefähr von der Art eines *Fréchet*schen topologischen Raumes) sei in stetiger Weise zwei Punkten (einem geordneten Punktepaar) ein dritter, ihr "Produkt", zugeordnet, ferner jedem Punkt sein "inverser"; dabei seien die üblichen Gruppenaxiome erfüllt. Solch ein Gebilde nennt Verf. L-Gruppe.

Es gelten folgende wichtige, leicht zu beweisende Sätze: Eine Faktorgruppeeiner L-Gruppe ist dann und nur dann wieder eine L-Gruppe, wenn die zugehörige invariante Untergruppe abgeschlossen ist. Die Faktor-L-Gruppe ist stetig homomorphes Bild der gegebenen L-Gruppe.

Ist der zugrundegelegte Raum eine r-dimensionale topologische Mannigfaltigkeit, so heißt die L-Gruppe eine r-gliedrige Gruppe; ist der Raum insbesondere zusammenhängend, so heißt sie eine kontinuierliche Gruppe. Aus einer r-gliedrigen Gruppe läßt sich eine kontinuierliche als Komponente der Identität herausheben.

Die Betrachtung der im Kleinen einander (einstufig) isomorphen kontinuierlichen Gruppen führt zu dem Begriff der universellen Überlagerungsgruppe, die entsprechend der universellen Überlagerungsmannigfaltigkeit konstruiert wird. Die gegebene Gruppe ist ihr homomorph, und die zugehörige invariante Untergruppe ist mit der Fundamentalgruppe der Mannigfaltigkeit isomorph. Da nun eine diskrete invariante Untergruppe einer kontinuierlichen Gruppe notwendig im Zentrum dieser Gruppe liegt, ergibt sich der wichtige Satz: Die Fundamentalgruppe einer Gruppenmannigfaltigkeit ist Abelsch. (Dieser Satz läßt sich übrigens, wie Verf. gezeigt hat (F. d. M. 53, 110 (JFM 53.0110.*): Die Verwandtschaft stetiger Gruppen im Großen.), auf weit allgemeinere Gruppenräume übertragen.

Reviewer: Freudenthal, H., Dr. (Amsterdam)

Full Text: DOI

References:

[1] L. E. J. Brouwer, Math. Ann. 71 (1912), S. 305. · Zbl 42.0418.01 · doi:10.1007/BF01456846