**Young, W. H.; Young, G. C.**

**On the discontinuities of monotone functions of several variables.** (English) JFM 49.0180.02

Lond. M. S. Proc. (2) 22, 124-142 (1923).

Eine Funktion $f(x,y)$ von zwei Variabeln wird monoton in jeder Variabeln genannt, wenn für $h>0$, $k>0$

$$f(x+h,y)-f(x,y)\geq 0,\quad f(x,y+k)-f(x,y)\geq 0$$

ist; sie heiße monoton im engeren Sinne oder "gänzlich monoton" ("entirely monotone"), wenn überdies für das Inkrement zweiter Ordnung

$$f(x+h,y+k)-f(x,y+k)-f(x+h,y)+f(x,y)\geq 0$$

gilt. Zieht man durch einen Punkt $x_0,y_0$ Parallele zu den Koordinatenachsen und zählt die durch diese Geraden ausgeschnittenen Quadranten in der üblichen Weise, so gilt für jede in den einzelnen Variabeln monotone Funktion, daß $f(x,y)$, wenn $x,y$ aus dem ersten Quadranten irgendwie gegen $x_0,y_0$ geht, sich einem festen Grenzwert $\geq f(x_0,y_0)$ nähert; entsprechendes für den dritten Quadranten (vgl. W. H. Young, Note on Monotone Functions, Quart. J. 41 (1909), 82). Für den 2. und 4. Quadranten gilt dies nicht, wohl aber gilt, wenn $f(x,y)$ in $(x_0,y_0)$ außerdem in jeder Variabeln für sich stetig ist, daß $f$ bei Annäherung aus dem 2. und 4. Quadranten sich in $x_0,y_0$ stetig verhält. – Über die Lage von Unstetigkeitsstellen wird mit Hilfe eines punktmengentheoretischen Lemmas gezeigt, daß sie nur abzählbar viele geradlinige Strecken erfüllen können, sonst aber, wie ein Beispiel zeigt, auch andere Kurven erfüllen können. Dies ist für gänzlich monotone Funktionen nicht mehr möglich, deren Singularitäten vielmehr höchstens abzählbar viele, in der Abhandlung noch genauer charakterisierte, parallele Strecken zu den Achsen erfüllen müssen. Die Untersuchungen werden zugleich auf mehr als zwei Variable übertragen, wo sie zu analogen Ergebnissen führen, in denen gewisse zu den Koordinatenachsen parallele Ebenen oder Hyperebenen in abzählbarer Menge auftreten.

Reviewer: Rademacher, Prof. (Breslau)



**Full Text:** DOI