Kamke, E.

Verallgemeinerungen des Waring-Hilbertschen Satzes. (German) JFM 48.0142.06

Math. Ann. 83, 85-112 (1921); Diss. Göttingen (1921).

Das Ziel der Arbeit ist der von Waring vermutete Satz:

$f(x) = \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu x^\nu$, $a_n > 0$, sei ein rationalzahliges Polynom von mindestens zweitem Grade und $f(x)$ ganzzahlig und ≥ 0 für jedes ganze $x \geq 0$. Dann gibt es ein ganzes $N > 0$ von folgender Eigenschaft. Zu jedem ganzen $Z \geq 0$ gibt es ganze Zahlen $N' \geq 0$, $N'' \geq 0$, $x_1 \geq 0, \ldots, x_{N'} \geq 0$, so daß $N' + N'' \leq N$ und

$$Z = \sum_{\kappa=1}^{N'} f(x_\kappa) + N''$$

ist. D. h. jede ganze Zahl $Z \geq 0$ ist unter Hinzunahme einer beschränkten Anzahl von Einheiten in eine beschränkte Anzahl der Polynomwerte zerfällbar.

Die Beweismethode lehnt sich an den 2. Teil des Hilbertschen Beweises für den Spezialfall $f(x) = x^n$ an. Das Ergebnis des 1. Teils – kurz gesagt, die Identität, die eine ν-te Potenz durch 2ν-te darstellt – kann ohne weiteres übernommen werden. Bekanntlich hat *F. Hausdorff* [Math. Ann. 67, 301–305 (1909; JFM 40.0237.01)] diese Identität besonders kurz bewiesen.

Kamkes Übergang von x^n zum Polynom erforderte die Überwindung besonderer Schwierigkeiten und ist keineswegs eine bloße Übertragung der vorhandenen Methode. Der zunächst bewiesene "Kernsatz" über simultane Darstellungen ist auch an sich von Interesse.

MSC:

11P05 Waring's problem and variants

Keywords:

generalization of Waring-Hilbert theorem