Knaster, B.

Un continu dont tout sous-continu est indécomposable. (French) JFM 48.0212.01

Fundamenta math. 3, 247-286 (1922).

Diese Abhandlung ist die Warschauer "Thèse" des Verf. – Ein Kontinuum heißt "unzerlegbar" ("indécomposable"), wenn es nicht Vereinigungsmenge von zwei echten Teilkontinuen ist. (Ein erstes Beispiel hierfür hat Brouwer, Math. Ann. 68, 426, 1910 gegeben.) In den Fundamenta math. 2, 286, 1921 hatten Knaster und Kuratowski als Problem 15 die Frage aufgeworfen nach der Existenz eines Kontinuums, dessen sämtliche Teilkontinua unzerlegbar sind. Diese Frage wird nun durch Konstruktion von sehr merkwürdigen Beispielen positiv beantwortet. Die verwendete "méthode des bandes" "besteht in einer Aneinanderfügung von unendlichen Folgen von Polygonen, die einander enthalten und immer dünner werden, und von denen jedes (dies ist das Wesentliche an der Idee) in Teile zerlegt ist, in welchen die folgenden Polygone eine gewisse Anzahl von Oszillationen ausführen". Nach einer genaueren Auseinandersetzung der Methode werden die Beispiele konstruiert, von denen wir hervorheben: das Beispiel eines (selbst unzerlegbaren) Kontinuums K_2, von dem jedes Teilkontinuum ein unzerlegbares Kontinuum enthält; und insbesondere das Beispiel eines Kontinuums K_3, von dem jedes Teilkontinuum unzerlegbar ist. K_2 und K_3 sind gleichzeitig Kontinua, die überhaupt keinen Jordanschen Kurvenbogen und infolgedessen nicht einmal irgendeine stetige Kurve enthalten können. Es ergibt sich sogar (was für K explizit bewiesen wird), daß sie überhaupt keine (zwischen irgend zwei Punkten) irreduzible, lückenlos zusammenhängende Teilmenge enthalten können. Im übrigen werden noch einige Eigenschaften der Kontinua K mit lauter unzerlegbaren Teilkontinuen untersucht. U. a. wird gezeigt: Die Teilkontinua von K, welche einen festen Punkt p enthalten, bilden eine aufsteigende Gesamtheit $\mathfrak{K}$, die den Ordnungstypus des Linearkontinuums hat; jedes Element von $\mathfrak{K}$ ist Häufungskontinuum eines jeden folgenden. Ferner läßt sich damit in der Ebene eine Klasse $\mathfrak{M}$ von der Mächtigkeit $\mathfrak{c}$ definieren, die aus lauter elementfremden K besteht. (V 2.)

Reviewer: Rosenthal, Prof. (Heidelberg)

Full Text: DOI EuDML