

Ostrowski, A.

Über vollständige Gebiete gleichmäßiger Konvergenz von Folgen analytischer Funktionen.
(German) [JFM 48.0372.02](#)
Hamb. Abh. 1, 327-350 (1922).

Die Arbeit schließt sich an die Untersuchungen von B. Jentzsch an (s. F. d. M. 45, 647 (JFM 45.0647.*), 1914-15 und 46, 516, 1917), in denen einerseits entdeckt war, daß die Nullstellen der Abschnitte einer Potenzreihe $f(z) = \sum a_n x^n$ mit dem Radius 1 sich *überall* auf dem Einheitskreise häufen, und andererseits, daß es solche Potenzreihen gibt, für die spezielle Abschnittsfolgen über den Einheitskreis hinaus gleichmäßig konvergieren.

In der vorliegenden Arbeit wird nun die Frage nach dem *vollständigen* mit dem Innern des Einheitskreises zusammenhängenden Gebiete der gleichmäßigen Konvergenz der Abschnittsfolgen von $f(z)$ untersucht. Die Antwort lautet: Jeder im Endlichen liegende Randpunkt des mit dem Einheitskreise zusammenhängenden vollständigen Gebietes gleichmäßiger Konvergenz einer speziellen Abschnittsfolge ist ein singulärer Punkt von $f(z)$ oder eine nichtisolierte Häufungsstelle der Nullstellen dieser Abschnitte.

Dieser Satz wirft ein neues Licht auf den ersten der genannten Sätze von Jentzsch und enthält den zweiten, und es ergeben sich noch mehrere andere interessante Folgerungen. Ganz analoge Sätze gelten auch für allgemeine Dirichletsche Reihen der Form $\sum a_n e^{-\lambda_n s}$.

Alle diese Sätze sind einfache Folgerungen aus einem sehr allgemeinen Konvergenzsatz (dessen Formulierung hier unterbleiben muß, da er im Original $1\frac{1}{2}$ Druckseiten einnimmt), der den eigentümlichen Konvergenztypus der Potenz- und Dirichletschen Reihen aufdeckt (Satz 2).

Beim Beweise wird ein allgemeiner, an sich recht interessanter funktionentheoretischer Satz gebraucht, der etwa besagt, daß die Güte der Konvergenz einer Folge analytischer Funktionen in allen Teilbereichen eines vollständigen Gebietes gleichmäßiger Konvergenz von vergleichbarer Ordnung ist (Satz 1).

Durch den Satz 2 (bzw. einen in ihm enthaltenen für Folgen von Polynomen besonders formulierten Satz 3) hat für sehr ausgedehnte Klassen von Entwicklungen nach Polynomen die Frage nach einer Charakterisierung ihres mit einem vorgegebenen Gebiet zusammenhängenden vollständigen Gebietes gleichmäßiger Konvergenz ihre Beantwortung gefunden.

Bezüglich der weiteren Folgerungen aus diesen schönen Sätzen und bezüglich ihres Zusammenhanges mit dem Carathéodory-Landauschen Konvergenzsatz (s. F. d. M. 42, 275 (JFM 42.0275.*), 1911) aus dem Picardschen Ideenkreise muß auf die ausführliche Einleitung der vorliegenden Arbeit verwiesen werden, die in kondensierter Form einen Überblick über diesen reichen Fragenkomplex gibt.

Reviewer: [Knopp, K., Prof. \(Tübingen\)](#)

Cited in **13** Documents