

Hensel, Kurt

On the multiplicative representation of algebraic numbers for the range of a prime divisor. (Zur multiplikativen Darstellung der algebraischen Zahlen für den Bereich eines Primteilers.) (German) JFM 48.1170.02

J. Reine Angew. Math. 151, 210-212 (1921).

Die vom Verf. in einer früheren Arbeit "Die multiplikative Darstellung der algebraischen Zahlen für den Bereich eines beliebigen Primteilers" [*J. Reine Angew. Math.* 146, 189–215 (1916; [JFM 46.0281.01](#))] angegebene Basis für die multiplikative Gruppe aller Zahlen eines Henselschen Körpers $k(\mathfrak{p})$, wo \mathfrak{p} ein zur Primzahl p gehöriger Primteiler e -ter Ordnung und f -ten Grades eines algebraischen Zahlkörpers k ist, besitzt für den Fall, daß $k(\mathfrak{p})$ die $\sqrt[e]{-p}$ (oder, was dasselbe, die p -te Einheitswurzel ζ) enthält, ein sog. *ausgezeichnetes* Basiselement, das in der Form $1 + \xi_0 \Pi$ angesetzt werden kann, wo $\Pi = \sqrt[e]{-p}$ (oder, was auf dasselbe hinausläuft, $\Pi = (1 - \zeta)^{\frac{e}{p-1}}$) ist und ξ_0 eine zu \mathfrak{p} prime Zahl, die in der genannten Arbeit noch nicht in arithmetisch brauchbarer Weise charakterisiert war. Diese arithmetische Charakterisierung wird nunmehr dahingehend gegeben, daß die Bedingung

$$s_0(\xi_0) \equiv \xi_0 + \xi_0^p + \cdots + \xi_0^{p^{f-1}} \not\equiv 0 \pmod{\mathfrak{p}}$$

notwendig und hinreichend dafür ist, daß $1 + \xi_0 \Pi$ als ausgezeichnetes Basiselement verwertbar ist. $s_0(\xi_0)$ ist die Spur im größten unverzweigten Unterkörper von $k(\mathfrak{p})$, d. h. dem Körper der $(p^f - 1)$ -ten Einheitswurzeln, über dem Körper der rationalen p -adischen Zahlen.

Dies Resultat ist von fundamentaler Bedeutung für die Herleitung des *expliziten* Reziprozitätsgesetzes der p -ten Potenzreste in k geworden (siehe Ref., "Das allgemeine Reziprozitätsgesetz und seine Ergänzungssätze in beliebigen algebraischen Zahlkörpern für gewisse, nicht-primäre Zahlen. [*J. Reine Angew. Math.* 153, 192–207 (1924; [JFM 50.0105.02](#))]).

Reviewer: [Helmut Hasse, Prof. \(Halle a. S.\)](#)

MSC:

[11S99](#) Algebraic number theory: local and p -adic fields

Cited in 1 Document

Full Text: [DOI](#) [EuDML](#)