Sierpiński, W.

Sur les rapports entre l'existence des intégrales

$$\int_0^1 f(x,y)dx, \int_0^1 f(x,y)dy \text{ et } \int_0^1 dx \int_0^1 f(x,y)dy.$$

. (Polish) JFM 47.0245.01
Fundamenta Mathematicae 1, 142-147 (1920).

Ruziewicz hat die Frage gestellt: Wenn für eine im Quadrat $(0 \leqq x \leqq 1, 0 \leqq y \leqq 1)$ definierte und beschränkte Funktion die Lebesgueschen Integrale

$$(1) \quad \int_0^1 f(x,y)dx \text{ für } 0 \leqq y \leqq 1$$

und

$$(2) \quad \int_0^1 f(x,y)dy \text{ für } 0 \leqq x \leqq 1$$

existieren, folgt dann daraus die Existenz des Integrals

$$(3) \quad \int_0^1 dx \int_0^1 f(x,y)dy?$$

(Für Riemannsche Integrale ist nach Lichtenstein [Gött. Nachr. 1910, 468; d. M. 41, 331] bekanntlich die Antwort *bejahend*.) Der Verf. zeigt zunächst: Unter der Voraussetzung der Hypothese, daß die Mächtigkeit des Kontinuums $c = \aleph_1$ sei, ist die Antwort auf jene Frage *negativ*. Dasselbe ergibt sich ohne diese Hypothese, nur auf Grund des Auswahlaxioms, wenn man den Begriff des Lebesgueschen Integrals dadurch modifiziert, daß Teilmengen von geringerer Mächtigkeit als $\mathfrak{c}$ vernachlässigt werden sollen. Schließlich wird noch darauf hingewiesen, daß aus der auf S. 180 besprochenen Arbeit (Fundamenta Mathematicae 1, 112) folgt: Die Integrale (1), (2), (3) (letztere auch bei Vertauschung von x und y) können für eine beschränkte Funktion $f(x,y)$ Eistieren, ohne daß das Lebesguesche Doppelintegral von $f(x,y)$ zu existieren braucht.

Reviewer: Rosenthal, Prof. (Heidelberg)

Full Text: DOI EuDML