Young, W. H.

On series of Bessel functions. (English) JFM 47.0343.01

Lond. M. S. Proc. (2) 17, 11-13 (1919); Nachtrag; (2) 18, 163-200 (1919-20) (1919).

Anschließend an die auf S. 336 besprochene Arbeit beweist der Verf. ein ganz ähnliches Theorem bezüglich Reihen, die nach Besselschen Funktionen fortschreiten. Es sei $m \geqq 0, H$ eine feste Konstante und $k_1, k_2, k_3, \dots$ die Wurzeln der Gleichung

$$kJ'_m(k) + HJ_m(k) = 0.$$

Jede im Intervall $0 \leqq t \leqq 1$ integrable Funktion $f(t)$ besitzt dann eine Entwicklung

$$(1) \quad \sum_{r=1}^{\infty} A_r J_m(k_r t),$$

$$A_r = \frac{1}{2} C_r \int_0^1 f(\sqrt{t}) J_m(k_r \sqrt{t}) dt, \ \frac{2}{C_r} = \int_0^1 [J_m(k_r \sqrt{t})]^2 dt.$$

Unter der einzigen Voraussetzung, die übrigens zur Konvergenz von (1) notwendig ist; daß

$$(2) \quad \lim_{r \to \infty} k_r^{-\frac{1}{2}} A_r = 0$$

ist, wird bewiesen, daß die Reihe (1) in jedem *inneren* Punkt des Intervalls 0,1 sich genau so verhält, was Konvergenz, Summabilität usf. betrifft, wie die Fouriersche Reihe von $f(t)$. Die Hilfsmittel des Verf. sind ähnlich wie in der vorhin angeführten Arbeit. Auch hier gelten die Hauptsätze in passender Formulierung allgemeiner für formal gebildete, nach Besselschen Funktionen fortschreitende Reihen. Außer zahlreichen Anwendungen untersucht der Verf. die Reihe (1) auch in den Randpunkten 0 und 1 und beweist u. a. das folgende Theorem von Hobson (Lond. M. S. Proc. (2) 7, 359; F. d. M. 39, 476 (JFM 39.0476.*), 1908): Die Entwicklung (1) ist sicher konvergent für $z = 1$, mit der Summe $f(1-0)$, wenn $f(t)$ in einer Umgebung von $t = 1$ von beschränkter Schwankung und in 0,1 summabel ist.

Reviewer: Szegö, Prof. (Berlin)