Perron, O.

Über einen Satz des Herrn Helge von Koch über die Integrale linearer Differentialgleichungen. (German) JFM 47.0400.03

Math. Zeitschr. 3, 161-171 (1919).

In der Differentialgleichung

$$\frac{d^n y}{dx^n} + P_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + P_n(x)y = 0$$

seien die Koeffizienten $P_\lambda(x)$ in der Umgebung der Stelle $x = a$ Laurentsche Reihen mit höchstens endlich vielen negativen Exponenten; ferner sei ν_λ die kleinste nicht negative Zahl derart, daß

$$(x-a)^{\lambda+\nu_\lambda} P_\lambda(x)$$

an der Stelle a regulär ist, und endlich werde

$$\mathrm{Max}\left(\nu_1, \frac{\nu_2}{2}, \ldots, \frac{\nu_n}{n}\right) = k$$

gesetzt. wann ist bekanntlich a eine Stelle der Bestimmtheit oder Unbestimmtheit, je nachdem $k = 0$ oder $k > 0$ ist. H. von Koch untersucht das Wachstum der Integrale in der Umgebung von a, wenn eine Unbestimmtheitsstelle vorliegt: Er findet, wenn $x - a = re^{i\vartheta}$ gesetzt und ϑ auf ein endliches Intervall beschränkt wird, daß dann, wie klein auch die positive Zahl ε sei, stets

$$|y| < e^{\left|\frac{1}{x-a}\right|^{k+\varepsilon}}$$

gilt, sobald nur $|x - a|$ klein genug ist. Zum Beweis wird y in eine Reihe entwickelt, deren Koeffizienten sich mit Hilfe unendlicher Determinanten berechnen lassen. Als Anwendung ergibt sich eine Darstellung der Integrale auf den Randstrahlen ihres Mittag-Lefflerschen Sternes.

O. Perron führt eine neue unabhängige Variable ζ ein durch die Substitution

$$\left(\frac{1}{x-a}\right)^k = \zeta$$

und gelangt dann durch eine ganz kurze und elementare Rechnung zum Ziel, wobei er die obige Ungleichung noch durch die schärfere

$$|y| < e^{K\left|\frac{1}{x-a}\right|^k}$$

ersetzen kann, wo K eine Konstante bezeichnet. Er bestimmt außerdem die untere Grenze aller hier zulässigen Konstanten K.

Reviewer: Perron, Prof. (München)

Full Text: DOI EuDML