Loewy, A.
Begleitmatrizen und lineare homogene Differentialausdrücke. (German) JFM 47.0408.02
Math. Zeitschr. 7, 58-125 (1920).

In dem vorliegenden Aufsatz wird der Nachweis erbracht, daß jedem Satz über die symbolische Zerlegung eines linearen homogenen Differentialausdruckes in Faktoren ("irreduzible", "aufeinanderfolgende hintere oder vordere größte vollständig reduzible") gleichwertig ein reines Matrizentheorem, nämlich ein solches über die Transformierbarbeit der "Begleitmatrix" des Differentialausdruckes entspricht. Da nach des Verf. früheren Resultaten (Heidelb. Akad. Sitzber. 1917, Nr. 5; F. d. M. 46, 673 (JFM 46.0673.*), 1916-18) jede beliebige Matrix in einem Rationalitätsbereiche, der eine wirkliche Funktion der unabhängigen Variablen enthält, einer Begleitmatrix aequivalent ist, sind die abgeleiteten Sätze nicht nur für Differentialausdrücke und ihre Begleitmatrizen, sondern auch für lineare homogene Differentialsysteme und für beliebige Matrizen wichtig. Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit sind ohne Beweise bereits in den Gött. Nachr. 1917, 255 veröffentlicht und in F. d. M. 46, 671 (JFM 46.0671.*), 1916-18 besprochen worden. Ergänzend sei hier noch auf eine zu der von Frobenius für Matrizen mit konstanten Koeffizienten angegebenen Normalform ähnlich gebaute Normalform hingewiesen, in die sich jede Begleitmatrix bringen läßt. Ist B die Begleitmatrix des linearen homogenen Differentialausdruckes B, der sich als Produkt $B = B_1 B_2 \dots B_k$ darstellen läßt, so ist die Begleitmatrix B transformierbar in die Matrix

$$\left\Vert\begin{array}{cccccc} \mathfrak{B}_{11} & 0 & 0 & 0\dots 0 & 0 \\ \mathfrak{B}_{21} & \mathfrak{B}_{22} & 0 & 0\dots 0 & 0 \\ 0 & \mathfrak{B}_{32} & \mathfrak{B}_{33} & 0\dots 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathfrak{B}_{43} & \mathfrak{B}_{44}\dots 0 & 0 \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & 0 & 0 & 0\dots \mathfrak{B}_{k,k-1} & \mathfrak{B}_{kk} \end{array}\right\Vert;$$

dabei bedeutet $\mathfrak{B}_{ii} (i = 1, 2, \dots, k)$ die Begleitmatrix des linearen homogenen Differentialausdruckes $B_i (i = 1, 2, \dots, k)$, und $\mathfrak{B}_{i,i-1} (i = 2, 3, \dots, k)$ ist eine Matrix, die nur links unten eine einzige von Null verschiedene Größe enthält; diese kann man gleich -1 wählen. – Weiter läßt sich nicht nur für Differentialausdrücke gleicher Ordnung der Begriff der gleichen Art mit Hilfe ihrer Begleitmatrizen definieren, sondern auch für Differentialausdrücke verschiedener Ordnungen, von denen der eine als vorn bzw. hinten in der Art des anderen enthalten erklärt wird, kann man parallele Sätze aufstellen über das vordere bzw. hintere Enthaltensein der Begleitmatrix des einen Differentialausdruckes in der Art der Begleitmatrix des anderen. Das Enthaltensein einer Matrix in der Art einer anderen Matrix ist ein Spezialfall des vom Verf. früher (Math. Ann. 78, 1, 343, 369; F. d. M. 46, 672 (JFM 46.0672.*), 1916-18) untersuchten Enthaltenseins eines Matrizenkomplexes in der Art eines anderen, wobei sich die zwei Komplexe auf zwei Einzelmatrizen reduzieren. Durch die vom Verf. für Matrizenkomplexe früher gewonnenen Eindeutigkeitssätze ergeben sich auch neue Beweise für des Verfassers Eindeutigkeitssätze über die Zerlegung zweier linearer homogener Differentialausdrücke derselben Art. (II 4.)

Reviewer: Loewy, Prof. (Freiburg im Breisgau)

Full Text: DOI EuDML