Faber, G.

Neuer Beweis eines *Koebe-Bieberbach*schen Satzes über konforme Abbildung. (German)

JFM 46.0550.01
Münch. Ber. 1916, 39-42 (1916).

Der Satz kann so ausgesprochen werden: Bildet die Funktion $w = \varphi(z) = \alpha z + \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{z} + \cdots$ das Äußere des Einheitskreises $|z| < 1$ schlicht ab auf einen Bereich, der auf dem Rande zwei Punkte ω_1, ω_2 von der Distanz enthält, etwa $\omega_1 = -2, \omega_2 = 2$, so ist $|\alpha| \geqq 1$ und nur dann gleich 1, wenn der Bereich von der Strecke ω_1, ω_2 begrenzt wird, in welchem Falle die Funktion die Gestalt hat $\varphi(z) = \varepsilon z + \frac{1}{\varepsilon z}(|\varepsilon| = 1)$ (vgl. das vorst. Ref.). Beweisverfahren: Setzt man $\omega = u + \frac{1}{u}$ und in der so gewonnenen Funktion $z = \zeta^4, u = v^4$, so hat die so entstehende Funktion $v = \chi(\zeta) = \beta\zeta\beta_0 + \frac{\beta_1}{\zeta} + \cdots$ folgende Eigenschaften:

Sie bildet $|\zeta| > 1$ schlicht ab,

2. es ist $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$,

3. $|\beta| = |\alpha|^{\frac{1}{4}}$,

4. der (äußere) Inhalt J des Komplements des Bildbereichs ist $\geqq \pi$,

5. auf Grund von 2. beweist endlich der Verf. in Anlehnung an einen *Bieberbach*schen Gedankengang (Palermo Rend. 38, 98, 1914): $J \leqq |\beta|^2\pi$ mit Gleichheitszeichen nur im Fall $\psi(\zeta) = \beta\zeta$.

Daraus ergibt sich unmittelbar die Richtigkeit des Satzes.

Reviewer: Löwner, Dr. (Berlin)