

Engel, F.

Lies Invariantentheorie der Berührungstransformationen und ihre Erweiterung. (German)

JFM 45.0081.04

Deutsche Math.-Ver. Ergänzungsband 5, 14-79 (1914); Verhdl. Naturf.-Ges. Wien 2₁, 160-162 (1914).

Die Invariantentheorie der Berührungstransformationen ist in mehrfacher Beziehung bemerkenswert: wegen der wichtigen Integrationsvereinfachungen, die *Lie* auf sie gegründet hat, und weil sie das erste Seitenstück ist zu der seit *Gauß* fortschreitend entwickelten Invariantentheorie der quadratischen Differentialformen; wie diese ist sie die Invariantentheorie einer unendlichen Gruppe von Transformationen. Dazu kommt, daß *Lie* seine Theorie in derselben Zeit entwickelte, in der *Kleins* Erlanger Programm entstand. Obwohl er die Ideen dieses Programms groß teils aus Gesprächen mit *Klein* kannte, hatte er seine Invariantentheorie unabhängig von diesen Ideen entwickelt und unbewußt an einem wichtigen Beispiele ausgeführt, was *Klein* als Programm für die Zukunft aufstellte.

Lie hat später (Band II der Theorie der Transformationsgruppen) die Invariantentheorie der Berührungstransformationen ausführlich begründet und systematisch entwickelt. Weil er aber dabei nur selbsterdachte Methoden benutzen wollte, hat er seiner Begründung nicht die wirklich mögliche Einfachheit gegeben. Wie *S. Kantor* in einigen Arbeiten der Wien. Ber. hervorhebt, macht *Lie* von der bilinearen Kovariante eines *Pfaffs*chen Ausdrucks gar keinen Gebrauch, und doch gibt gerade die Benutzung dieser Kovariante, wenn man noch die zugehörige kovariante bilineare Form in Differentialquotienten damit in Verbindung setzt, der ganzen Theorie eine außerordentliche Einfachheit und Durchsichtigkeit. Das kommt in hervorragendem Maße darin zum Ausdruck, daß die Normalform $p_1 dx_1 + \dots + p_n dx_n$ erhalten kann, fast genau so einfach wird wie die Invariantentheorie der Berührungstransformationen selbst.

Es erscheint höchst wünschenswert, die Invariantentheorie der Berührungstransformationen noch einmal im Zusammenhange zu entwickeln und auch ihre Erweiterung auf *Pfaffs*che Ausdrücke der besprochenen Art darzustellen, was *Lie* zwar selbst beabsichtigt, aber nicht ausgeführt hat. Dies ist der hauptsächlichste Gegenstand des Vortrages. Außerdem wird noch eine andere Erweiterung der Invariantentheorie der Berührungstransformationen besprochen, von der sich auch bei *Lie* schon Spuren finden und die dann ebenfalls *S. Kantor* in der Grundzügen entwickelt hat. Statt nämlich die Funktionsgruppen, deren Theorie den Hauptinhalt jener *Lies*chen Invariantentheorie bildet, durch die ihnen angehörigen Funktionen zu definieren, kann man sie durch die vollständigen Systeme definieren, deren Lösungen sie sind, und kann die ganze Theorie auch unter dieser Voraussetzung aufbauen. Damit wird der Weg gebahnt zu einer allgemeinen Invariantentheorie vollständiger Systeme gegenüber der Gruppe der Berührungstransformationen, ja sogar zu einer Invariantentheorie beliebiger Systeme von linearen partiellen Differentialgleichungen und von *Pfaffs*chen Gleichungen. Auch diese Fragen lassen sich auf einen beliebigen *Pfaffs*chen Ausdruck von der vorhin erwähnten Beschaffenheit übertragen und eröffnen ein reiches Feld für neue, aber auch sehr schwierige Untersuchungen, ein Feld, das *Lie* selbst schon angebahnt hat in seinen Arbeiten über die vollkommenen Methoden zur Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Darin hat er nämlich bereits eine Reihe von Sätzen über die Invariantentheorie gewisser vollständiger Systeme gegenüber der Gruppe aller Berührungstransformationen entwickelt.

Reviewer: Lampe, Prof. (Berlin)

Cited in 1 Review