

Bernstein, S.

Sur la définition et les propriétés des fonctions analytiques d'une variable réelle. (French)

JFM 45.0635.03

Math. Ann. 75, 449-468 (1914).

Es ist die Aufgabe gestellt, eine Funktion einer reellen Veränderlichen als analytisch zu erkennen, ohne das Gebiet des Reellen zu verlassen. Ein erster Satz in dieser Richtung besagt: Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß $f(x)$ sich in eine *Taylorreihe* vom Radius R entwickeln läßt, ist die, daß sie sich im Intervall von 0 bis R als Differenz zweier Funktionen darstellen läßt, welche positiv sind samt allen ihren Derivierten. Die Derivierten können hier auch durch die Differenzen ersetzt werden.

Eine andere, früher vom Verf. ausgesprochene Charakteristik ist die: $f(x)$ ist im Einheitsintervall $(-1, +1)$ dann und nur dann analytisch, wenn zu jedem ganzzahligen Exponenten $n > 0$ ein Polynom n -ten Grades gefunden werden kann, welches $f(x)$ mit einem Fehler $\leq \text{Konst. } \varrho^n$ (ϱ eine feste Zahl < 1) approximiert. Auf diese Weise kann aber nicht nur der Begriff der analytischen Funktion im Reellen erklärt werden, sondern auch die analytische Fortsetzung. Denn es läßt sich direkt beweisen, daß eine Funktion der angegebenen Art, die in einem beliebig kleinen Teilintervall verschwindet, im ganzen Intervall 0 sein muß. Es ist dazu nicht einmal erforderlich, daß für jeden Wert von n eine derartige Approximation durch ein Polynom n -ten Grades möglich ist, sondern es genügt, daß es beliebig große Werte von n gibt, für welche das der Fall ist. Solche Funktionen bezeichnet der Verf. als quasianalytisch. Sobald man aber weniger scharfe Anforderungen an die Möglichkeit der Approximation durch Polynome stellt, fällt das Prinzip von der eindeutigen analytischen Fortsetzung dahin.

Reviewer: Weyl, Prof. (Zürich)

Cited in **20** Documents

Full Text: [DOI](#) [EuDML](#)

References:

- [1] Math. Ann. 45.
- [2] Toutes les fonctions quasi-analytiques satisfont naturellement à des conditions généralisées de Lipschitz dont le degré diffère de l'ordre aussi peu que l'on veut. (Voir ma communication "Sur les recherches récentes etc.{" International Congress of Mathematicians. Cambridge 1912.})
- [3] Comptes Rendus 140, Janvier 1905. Les résultats de cette Note ont été retrouvés et complétés par d'autres géomètres et, en particulier, par M. M. Holmgren et Block dans une série d'articles de l'Arkiv för Matematik (1910–1912).
- [4] Math. Ann. 1905. · [Zbl 36.0002.02](#)

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.