Carmichael, R. D.
On the theory of linear difference equations. (English) JFM 44.0397.03
American J. 35, 163-182 (1913).

Im ersten Teile der vorliegenden Arbeit gibt Verf. einen neuen direkten Beweis des bekannten Satzes von *Guichard*, daß die lineare Differenzengleichung erster Ordnung $u(x+1) - u(x) = G(x)$, wo $G(x)$ eine ganze Funktion ist, eine ganze Funktion als Partikularlösung besitzt. Zu diesem Zweck wird in § 1 für $u(x)$ eine Potenzreihe angesetzt und direkt in die obige Gleichung substituiert: dann ergibt sich für die Bestimmung der Koeffizienten der Reihe ein unendliches System linearer Gleichungen, welches durch eine bemerkenswerte Methode mittels *Cauchy*scher Konturenintegrale derart gelöst wird, daß die entsprechende Potenzreihe in der ganzen endlichen Ebene konvergiert. Im § 2 werden die Eigenschaften von $u(x)$ bestimmt, falls $G(x)$ außerhalb eines gegebenen Kreises mit etwaiger Ausnahme des Unendlichen analytisch ist; in § 3 und § 4, falls $G(x)$ innerhalb eines Kreises oder eines Kreisringes analytisch ist. – Im zweiten Teile zeigt Verf. mit Benutzung einer früheren Arbeit (Americ. M. S. Trans. 12, 99-134, 1911), daß eine homogene lineare Differenzengleichung n-ter Ordnung, deren Koeffizienten Polynome sind und die "von einfachem Charakter" ist (d. h. die Wurzeln ihrer charakteristischen Gleichung sind voneinander und von Null verschieden), ein Fundamentalsystem von Lösungen besitzt, die ganze Funktionen sind. Im dritten Teile beweist Verf. für nichthomogene Gleichungen folgenden Satz: "Ist

$$P_0(x)H(x+n) + P_1(x)H(x+n-1) + \cdots + P_n(x)H(x) = \varphi(x)$$

eine Differenzengleichung von einfachem Charakter, deren Koeffizienten Polynome sind, während $\varphi(x)$ in der ganzen endlichen Ebene mit Ausnahme von Polen analytisch ist, so kann ihre allgemeine Lösung $H(x)$ in der Form

$$H(X) = M(X) + p_1(s)E_1(x) + \cdots + p_n(x)E_n(X)$$

geschrieben werden, wo $E_1(x), \ldots, E_n(x)$ ganze Funktionen, $p_1(x), \ldots, p_n(x)$ willkürliche periodische Funktionen von der Periode 1 sind und $M(x)$ in der endlichen Ebene mit Ausnahme von Polen analytisch ist." Ist ($\varphi(x)$ eine ganze Funktion und entweder $P_0(x) = 1$ oder $P_n(x) = 1$, so ist auch $M(x)$ eine ganze Funktion.

Reviewer: Wallenberg, Prof. (Berlin)

Full Text: DOI