

Birkhoff, George David

The reducibility of maps. (English) JFM 44.0568.01
American J. 35, 115-128 (1913).

Bei den Versuchen, den Vierfarbensatz zu beweisen oder zu widerlegen, wurde man zu einer Reihe von Sätzen geführt, welche lehren, daß man in vielen Fällen die Aufgabe der Färbung (nämlich mit 4 Farben) einer Gebietseinteilung einer Fläche vom Geschlecht 0 auf die einer andern Einteilung in weniger Gebiete zurückführen kann. Eine solche Reduktion ist z. B. möglich, wenn mehr als 3 Gebiete in einer Ecke zusammenstoßen, wenn ein Gebiet mit weniger als 5 Ecken vorkommt, oder wenn ein, zwei oder drei Gebiete ein mehrfach zusammenhängendes Flächenstück bilden; hieraus erhellt, daß wenn der Vierfarbensatz falsch ist, eine ihm widersprechende Einteilung von kleinster Anzahl der Gebiete keine mehr als dreiflächigen Ecken, keine weniger als fünfeckigen Gebiete, keine mehrfach zusammenhängenden Flächen besitzen kann, die sich aus 1, 2 oder 3 Gebieten zusammensetzen. Man braucht sich also fernerhin nur mit solchen Einteilungen zu befassen, die die ebengenannten Bedingungen erfüllen. Solche Einteilungen nennt Verf. regulär (Die Bezeichnung wird also in einem von dem üblichen ganz abweichenden Sinne gebraucht.) Seine Untersuchungen gehen darauf aus, zu zeigen, daß in vielen Fällen eine reguläre Einteilung nun noch weiter reduzierbar ist. Ist eine Einteilung gegeben, so wird durch zwei aus Grenzlinien gebildete, weder sich selbst, noch einander schneidende geschlossene Zügen eine Zone begrenzt. Gruppieren sich die in ihr enthaltenen Gebiete so zu einem Zyklus, daß jedes Gebiet mit dem vorangehenden und folgenden, aber mit keinem andern des Zyklus benachbart ist, so heißt die Zone ein Ring. Es wird gezeigt, daß das Färbungsproblem reduzierbar ist, wenn ein Ring von weniger als 5 Gebieten vorkommt. Neben diesen Ringen werden noch solche von 5 und 6 Gebieten näher untersucht, auch einige allgemeinere Betrachtungen schließen sich an. Ob dadurch das ursprüngliche Problem seiner Lösung nähergeführt wird, bleibt natürlich zweifelhaft.

Reviewer: [Steinitz, Prof. \(Breslau\)](#)

MSC:

[05C15](#) Coloring of graphs and hypergraphs

Cited in **2** Reviews
Cited in **20** Documents

Full Text: [DOI](#)