Carmichael, R. D.

The general theory of linear q-difference equations. (English) JFM 43.0411.02

American J. 34, 147-168 (1912).

Mittels einer Transformation von der Form $z = (m_1x+m_2)/(\mu_1x+\mu_2)$ kann das Funktionalgleichungssystem

$$H_i\left(\frac{az+b}{cz+d}\right) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}(z)H_j(z) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

mit den n unbekannten Funktionen $H(z), \dots, H_n(z)$ in das Differenzengleichungssystem

$$G_i(x+1) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}(x)G_j(x) \qquad (i = 1, \dots, n)$$

oder in das System der "q-Differenzengleichungen"

$$G_i(qx) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}(x)G_j(x) \qquad (i = 1, \dots, n)$$

transformiert werden, je nachdem die Substitution $z' = (az+b)/(cz+d)$ einen oder zwei Doppelpunkte besitzt. Da die wesentlichen allgemeinen Eigenschaften der Lösungen linearer Differenzengleichungen bekannt sind (vgl. *Carmichael* und *Birkhoff*, American M. S. Trans. 12), so beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Untersuchung der Existenz und der Eigenschaften der Lösungen linearer "q-Differenzengleichungen". Im § 1 beweist Verf. für den Fall $|q| \neq 1$ die Existenz zweier Fundamentalsysteme von Lösungen, von denen das eine im Unendlichen, das andere in der Umgebung von Null einen einfachen Charakter besitzt. Im § 2 führt eine Untersuchung der Beziehungen zwischen diesen beiden Fundamentalsystemen zu einer Theorie, die der *Birkhoff*schen Charakterisierung der Lösungen eines Differenzengleichungssystems (l. c. §§ 5 u. 7) analog ist. Im § 3 wird der Ausnahmefall $|q| = 1$ betrachtet: es wird eine Methode für die Aufstellung von Fundamentallösungssystemen in expliziter endlicher Form angegeben. Vgl. die Arbeiten von *Jackson* (American J. 32, 305-314), *Grévy* (Thèse, Paris 1894) und *Leau* (Thèse, Paris 1897).

Reviewer: Wallenberg, Prof. (Berlin)

Full Text: DOI